

استفاده از پاسخ ضربه در بهبود عملکرد کنترل یادگیری تکرار شونده

عاطفه خجسته نژاد، محمد ملائی امامزاده و ملیحه مغفوری فرسنگی

کاهش خطای ردیابی مسیر مورد نظر استفاده می‌کند. اکنون روش ILC به یک چارچوبی تبدیل شده است که شامل بسیاری از انواع رویکردهای کنترلی است که هر کدام از لحاظ عملکردی مانند همگرایی، پایداری، سرعت یادگیری و غیره شایستگی‌های خاص خود را دارند [۱] و [۲]. از آنجایی که همه سیستم‌ها دارای تأخیرهایی ناشناخته هستند و پدیده تأخیر اغلب عملکرد سیستم‌ها را کاهش می‌دهد لذا طراحی ILC برای سیستم‌های تأخیردار از اهمیت زیادی برخوردار است. ILC دارای ساختارهای متنوعی است از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به تناسبی^۱، الگوریتم مشتقی^۲، الگوریتم تناسبی مشتقی^۳، الگوریتم کنترل یادگیری تکرار شونده PID اشاره کرد که به دلیل سادگی و کارآمدی ساختارهای ILC و توانایی آن در مقابل مسائل غیرخطی، تأخیر زمانی، عدم قطعیت و غیره توجه پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده است [۳] و [۴].

به‌طور کلی دو استراتژی برای طراحی کنترل‌کننده ILC وجود دارد یکی بر اساس اطلاعات دقیق فرایند و دیگری بر اساس داده‌های ورودی و خروجی که مورد دوم یک استراتژی طراحی کنترل‌کننده بدون مدل است که در بسیاری از فرایندهای صنعتی با ویژگی‌های غیر خطی، عدم قطعیت، عدم وجود دینامیک سیستم و متغیر زمانی قابل استفاده است که در این حالت کنترل مبتنی بر مدل غیر قابل اجرا می‌شود زیرا به دست آوردن یک مدل دقیق از فرایند دشوار است [۵]. در سال‌های اخیر روش‌های داده‌محوری جهت بهبود کارایی ILC برای کارهای ردیابی ارائه شده است که پارامترهای کنترلی روش از طریق تجزیه و تحلیل خطاهای ردیابی تنظیم می‌شوند [۶]. از سوی دیگر کنترل سیستم‌های تأخیردار از جمله مسائل روز دنیای مهندسی کنترل است وجود تأخیر عملکرد سیستم را دچار اختلال می‌کند و ممکن است در مواردی باعث ناپایداری سیستم شود. لذا اولین گام در هر روش برای کنترل این سیستم‌ها این است که تخمین درستی از تأخیر آن سیستم در دسترس باشد.

در این مقاله روشی برای تعیین مقدار بهینه تأخیر با استفاده از پاسخ ضربه پیشنهاد و ارائه می‌شود. و نشان داده شده است که اگر در قانون کنترلی مورد استفاده از این مقدار تأخیر استفاده شود، سبب افزایش سرعت همگرایی در مساله ردیابی می‌شود. در روش پیشنهادی، با الهام گرفتن از پاسخ ضربه (که مفهومی اساسی در پردازش سیستم‌ها و نظریه مهندسی کنترل دارد)، مناسبترین و موثرترین اختلاف زمانی که طول می‌کشد تا اثر تغییر ورودی یک سیستم در خروجی آن مشاهده شود، به دست می‌آید. سپس با استفاده از این اختلاف زمانی بهینه (بین ورودی و خروجی) قانون کنترل روش ILC اصلاح شده جهت انتخاب اختلاف زمانی مناسب بهبود بدهیم. این روش برای سیستم‌های دارای تأخیر خالص و

چکیده: اگر چه نظریه کنترل ابزارهای طراحی متعددی برای بهبود پاسخ یک سیستم دینامیکی فراهم می‌کند، اما به دلیل وجود دینامیک‌های مدل‌نشده یا عدم قطعیت‌های پارامتری، همیشه دستیابی به نتیجه مطلوب ممکن نیست. الگوریتم کنترل یادگیری تکرار شونده (ILC) روشی هوشمند و موثر برای بهبود پاسخ گذرای سیستم‌هایی است که به‌طور مکرر در یک بازه زمانی معین کار می‌کنند، می‌باشد که حتی زمانی که مدل نامشخص یا ناشناخته است و ما هیچ اطلاعاتی در مورد ساختار سیستم و غیر خطی بودن آن نداریم، روش ILC می‌تواند به جواب مناسب برسد متهمی باید در مرحله اول ساختار قانون کنترلی و در مرحله دوم پارامترهای آن به‌درستی انتخاب شوند. یکی از مواردی که ممکن است روش ILC دارای عملکرد مناسبی نباشد، وجود تأخیر در سیستم‌های مورد بررسی می‌باشد که روش متداول ILC برای این سیستم‌ها غالباً ناکارآمد بوده و حتی سبب ناپایداری می‌شود. در این مقاله پیشنهاد شده است که برای همه سیستم‌ها مساله تأخیر در قانون کنترلی لحاظ شود و سپس روشی (مبتنی بر پاسخ ضربه) برای تعیین مقدار بهینه تأخیر ارائه شده است. و نشان داده شده است که این روش حتی برای سیستم‌هایی که دارای تأخیر خالص نیستند ولی به دلیل عملکرد دینامیکی سیستم، دارای ثابت زمانی (تأخیر دینامیکی) می‌باشند، روش پیشنهادی سبب بهبود عملکرد الگوریتم ILC می‌شود. روش مورد نظر در شبیه‌سازی‌ها مورد بررسی قرار گرفته است و مشاهده شده است که به ازای تأخیر تعیین شده پیشنهادی، بهترین نتایج در سرعت همگرایی خروجی سیستم به سمت خروجی مطلوب به‌دست می‌آید.

کلیدواژه: الگوریتم یادگیری تکرار شونده، پاسخ ضربه، مدل تأخیردار، سرعت همگرایی.

۱- مقدمه

از نظر ریاضی، مهندسی کنترل شامل مدل‌سازی، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل است. ویژگی کلیدی مهندسی کنترل استفاده از سیگنال‌های بازخورد برای بهبود عملکرد سیستم کنترل شده است. شاخه‌های نظری آن شامل کنترل کلاسیک، کنترل تطبیقی، کنترل بهینه، کنترل غیر خطی، شبکه عصبی، کنترل فازی، کنترل هوشمند و غیره می‌باشند که کنترل یادگیری تکرار شونده^۱ زیر مجموعه‌ای از کنترل تطبیقی بوده و روشی موثر برای کنترل سیستم‌هایی است که یک کار را به‌طور مکرر انجام می‌دهند. الگوریتم ILC از تکراری بودن کار برای

این مقاله در تاریخ ۲۱ شهریور ماه ۱۴۰۳ دریافت و در تاریخ ۱۵ آذر ماه ۱۴۰۴ بازنگری شد.

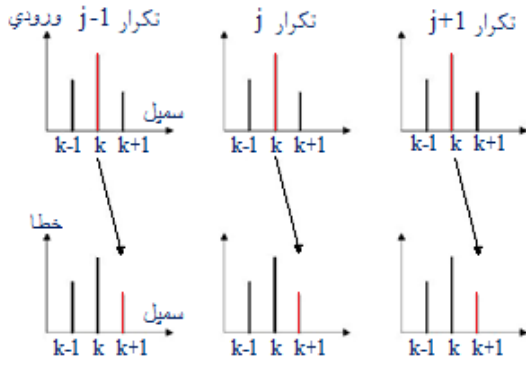
عاطفه خجسته نژاد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران، (email: at.khojasteh@eng.uk.ac.ir).

محمد ملائی امامزاده (نویسنده مسئول)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران، (email: molaie@uk.ac.ir).

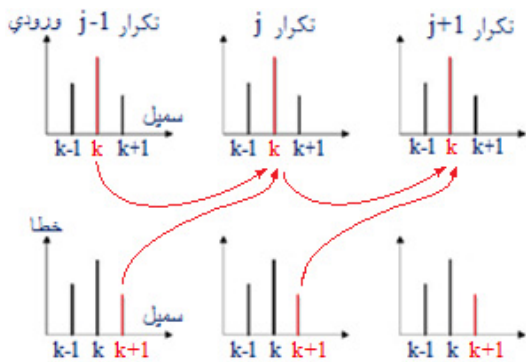
ملیحه مغفوری فرسنگی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران، (email: mmaghfoori@uk.ac.ir).

1. Iterative Learning Control

2. Proportional Algorithms
3. Derivative Algorithms
4. Proportional Derivative Algorithms



شکل ۱: اختلاف زمانی بین ورودی کنترلی تا خطای خروجی.



شکل ۲: اصلاح ورودی کنترلی در روش ILC با توجه به نتایج تکرار قبلی.

سیستم‌های چرخشی، مهندسی پزشکی، سیستم‌های قدرت و غیره اشاره کرد [۱۰]. الگوریتم‌های ILC معمولی، نتیجه‌های یادگیری ثابت هستند این الگوریتم‌ها ممکن است در اکثر موارد توانایی رسیدن به اثر ردیابی سریع را نداشته باشند بنابراین همین نتایج باعث می‌شود تا کوششی انجام شود که عملکرد آن بهبود داده شود. در این سیستم‌ها هدف کنترل، پیمودن یک مسیر یا تعقیب کردن یک مرجع، با دقت بالا و رسیدن به عملکرد مطلوب است که این کار به کمک یادگیری از اجراهای قبلی سیستم و اصلاح برای اجرای بعدی، انجام می‌گیرد. الگوریتم ILC در سیستم‌های زمان گسسته و زمان پیوسته قابل شرح می‌باشد که در فصل‌های بعدی به نمونه‌ای از ارزیابی این سیستم‌ها پرداخته می‌شود. سازوکار کنترل به روش تکرارآموز به این صورت است که در تکرار j ، ورودی سیستم از قانون کنترلی ILC به دست می‌آید. برای قانون کنترل ILC ساختارهای متفاوتی وجود دارد متداول‌ترین این ساختارها، ساختار PID می‌باشد که به صورت (۱) قابل بیان است.

$$u^{j+1} = u^j + k_p e^j + k_d \dot{e}^j + k_i \int e^j \quad (1)$$

ساده‌ترین قانون کنترلی ILC در ساختار PID، ساختار تناسبی است که برای تعیین قانون کنترل فقط از خطای خروجی مانند (۲) استفاده می‌شود. در ادامه برای سادگی نوشتار، به جای قانون کنترلی PID حالت ساده آن یعنی قانون کنترل تناسبی بیان می‌شود.

$$u^{j+1} = u^j + k_p e^j \quad (2)$$

البته در (۲) مسأله زمان و تأخیر مطرح نشده است. هرچند در برخی مراجع مانند [۱۱] تا [۱۴] از قانون (۳) که هیچ تأخیری لحاظ نشده است و از خطای e در لحظه k برای تعیین و اصلاح ورودی کنترلی u در همان لحظه استفاده می‌شود.

$$u^{j+1}[k] = u^j[k] + k_p e^j[k] \quad (3)$$

جدول ۱: معرفی متغیرهای (۱)

متغیر	توضیحات
u^{j+1}	ورودی سیستم در تکرار بعدی
e^j	خطا در تکرار j
u^j	ورودی سیستم در تکرار j
k_p	ضریب کنترل تناسبی
k_d	ضریب کنترل مشتق‌گیر
k_i	ضریب کنترل انتگرال‌گیر

همچنین برای سیستم‌های بدون تأخیر عملکرد مناسبی از خود نشان می‌دهد. در سیستم‌های فاقد تأخیر خالص، به دلیل وجود روابط دینامیکی بین ورودی و خروجی، می‌توان یک تأخیر دینامیکی (معادل زمانی اختلاف فاز) لحاظ کرد که براحتی از پاسخ ضربه سیستم قابل به دست آوردن است. برای ارزیابی و بررسی کارایی روش پیشنهادی، روش مورد نظر برای کنترل چند سیستم مورد استفاده قرار گرفت و در نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده شده است که به ازای تأخیر تعیین شده پیشنهادی، بهترین نتایج در سرعت همگرایی خروجی سیستم به سمت خروجی مطلوب به دست می‌آید.

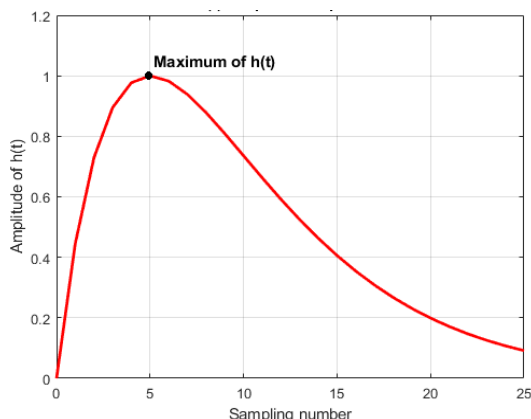
سازمان‌دهی این مقاله به این شرح است که در بخش دوم به بیان روش کنترل یادگیری تکرارشونده و در بخش سوم به بیان مفاهیمی از پاسخ ضربه پرداخته می‌شود و در بخش چهارم، نتایج شبیه‌سازی و ارزیابی روش پیشنهادی آورده شده است و نتایج حاصل مورد ارزیابی قرار گرفته و در نهایت در بخش پنجم، به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی پرداخته می‌شود.

۲- روش کنترل یادگیری تکرارشونده

در حالت کلی مهندسی کنترل به دو دسته تقسیم می‌شود. مسأله اول محبت پایدارسازی سیستم‌ها و مسأله دوم بهبود عملکرد سیستم‌های کنترلی است موضوع تعقیب سیگنال مرجع یعنی تعیین ورودی یک فرآیند تحت کنترل به طوری که خروجی آن تا حد امکان به سیگنال ایده‌آل داده شده نزدیک و نزدیک‌تر شود جزء مسائل دسته دوم به‌شمار می‌رود که یکی از مباحث مهم در زمینه تعقیب سیگنال مرجع، سیستم‌های کنترل یادگیری تکرارشونده یا ILC می‌باشد. مفهوم ILC ابتدا توسط اوچپاما در سال ۱۹۷۸ معرفی شد و بعدها توسط آریمتو و همکارانش در سال ۱۹۸۴ به صورت ریاضی فرمول‌بندی شد. انگیزه نظریه‌ی ILC برگرفته از یادگیری انسان است. انسان‌ها سعی دارند با تمرین یا تکرار یک کار تا زمانی که کامل شود به یادگیری ادامه دهند در سه دهه گذشته ILC پیشرفت زیادی در زمینه‌های مختلف از جمله سیستم‌های غیر خطی، کنترل فرایند تصادفی، سیستم‌های تأخیر زمانی و غیره داشته است [۷] و [۸]. سیستم ILC ورودی کنترل را با استفاده از اطلاعات خطا و ورودی در آزمایش قبل بروز می‌کند و این روند با توجه به تعداد تکرارها ادامه دارد. از مزیت‌های روش می‌توان گفت در مواردی که انجام مدل‌سازی سیستم بسیار دشوار است و حتی زمانی که دینامیک سیستم نامشخص است استفاده شود دوم این که در سیستم‌های ILC دقت کنترل بالاتری و حتی رسیدن به بهترین عملکرد را می‌توان با استفاده از تکرارهای تدریجی به دست آورد. ILC در دهه‌های اخیر به یکی از فعال‌ترین زمینه‌ها در حوزه کنترل هوشمند تبدیل شده است [۹]. از مهم‌ترین کاربردهای ILC می‌توان به مواردی مانند رباتیک، فرایندهای شیمیایی،



شکل ۴: ورودی ضربه.



شکل ۵: پاسخ ضربه.

کنترل u^j برای سیستم با توجه به اطلاعاتی مانند خطاها یا e^j محاسبه می‌شود و این روند مرتباً از تکراری به تکرار دیگر ادامه دارد تا دقت ردیابی افزایش یابد و خروجی سیستم نهایتاً به خروجی مطلوب برسد در این حالت، فرایند یادگیری کامل شده و عملکرد سیستم بهبود یافته است [۲۳] و [۲۴].

۳- پاسخ ضربه و روش پیشنهادی

ایده آزمایش پاسخ ضربه‌ای از دهه ۱۹۷۰ آغاز شد. در نظریه کنترل پاسخ ضربه، پاسخ یک سیستم به ورودی دلتای دیراک است که در هنگام تجزیه و تحلیل ساختارهای دینامیکی سودمند است. تابع دلتا تابعی تعمیم‌یافته است که می‌تواند به‌عنوان حد یک مجموعه‌ای از دنباله‌های مشخص شده تعریف گردد. همان‌طور که در شکل ۴ نیز مشاهده می‌کنید تابع به‌جز در $x = 0$ که دارای سطحی برابر یک است، در بقیه نقاط مقداری برابر با صفر دارد به همین دلیل تابع دلتا را تابع ضربه واحد نیز می‌نامیم [۲۵].

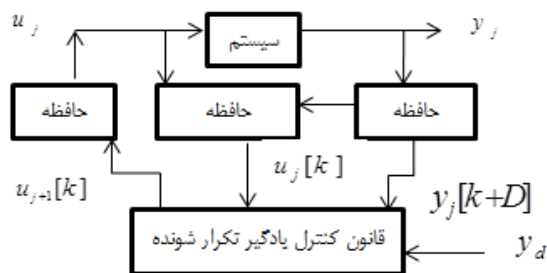
$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

با داشتن پاسخ ضربه $h[k]$ برای یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان، رفتار کل سیستم در دسترس است و می‌توان پاسخ سیستم به هر ورودی دلخواه $u[k]$ را از مجموع کانولوشن به‌صورت (۷) به‌دست آورد.

$$y[k] = u[k] * h[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h[i] \times u[k-i] \quad (7)$$

می‌توان نوشت که ورودی i سمپل قبل یعنی $u[k-i]$ در $h[i]$ ضرب می‌شود تا اثر آن بر روی $y[k]$ به‌دست آید. لذا دامنه پاسخ ضربه $h[i]$ تعیین می‌کند که ورودی i سمپل قبل، چقدر اثر روی خروجی $y[k]$ می‌گذارد. اگر دامنه پاسخ ضربه h در سمپلی مانند i_1 کوچک باشد نشان دهنده این است که خروجی y اثر کمی از ورودی i_1 سمپل قبل می‌پذیرد و اگر دامنه پاسخ ضربه h در سمپلی مانند i_2 بزرگ باشد نشان دهنده این است که خروجی y اثر زیادی از ورودی i_2 نمونه قبل می‌پذیرد.

همچنین می‌توان گفت که اگر دامنه پاسخ ضربه h در سمپلی مانند



شکل ۳: بلوک دیاگرام رویکرد کنترل آموزش‌پذیر تکرارشونده.

با وجود این که رابطه فوق به‌صورت نظری درست نیست ولی در بعضی مواقع و در مراجعی مانند [۱۵] تا [۱۸] انتخاب تأخیر صفر جواب می‌دهد در عوض سرعت همگرایی آن کم است و کمی فرایند را زمان‌بر می‌کند. در اکثر سیستم‌های دینامیکی ورودی کنترلی $u[k]$ روی خروجی لحظه بعد یعنی $y[k+1]$ و در نتیجه روی $e[k+1]$ اثر دارد. لذا برای کنترل خطای $e[k]$ باید از ورودی کنترلی $u[k-1]$ مانند شکل ۱ استفاده کرد.

بنابراین برای تعیین $u[k]$ باید خطای $e[k+1]$ مورد بررسی قرار گیرد. برای همین در بعضی مقالات [۱۹] تا [۲۲] قانون کنترلی با توجه به خطای آینده $e[k+1]$ طبق (۴) انجام می‌شود.

$$u^{j+1}[k] = u^j[k] + k_p e^j[k+1] \quad (4)$$

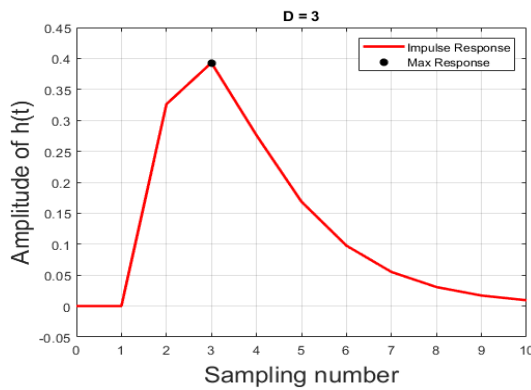
در شکل ۲ نشان داده شده است که چگونه روش ILC در طی هر تکرار اطلاعات را نگه‌داشته و از این اطلاعات در محاسبه ورودی سیستم در تکرار بعدی استفاده می‌کند به بیان ساده‌تر الگوریتم ILC از اطلاعات تجربیات تکرارهای قبلی استفاده می‌کند تا خطاهای ردیابی را از یک تکرار به تکرار دیگر کاهش دهد که این روند بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته را با افزایش تعداد تکرارها در پی خواهد داشت. همگرایی خطای سیستم حلقه‌بسته به صفر البته با سرعت همگرایی بالا در روش پیشنهادی (ردیابی کامل) یکی از مهم‌ترین مسائل سیستم‌های کنترل یادگیر تکرارشونده مورد نظر محسوب می‌شود.

کنترل یادگیر تکرارشونده، دو بعدی است که یک بُعد آن زمان k (زمان نمونه) و بُعد دیگر تکرار j می‌باشد. سیستم‌های ILC در بعد تکرار نامحدود و در بعد زمان محدود، می‌باشند. مزیت اصلی ILC این است که طراحی قانون کنترل تنها به سیگنال‌های ورودی و خروجی نیاز دارد. به‌عبارت دیگر، سیستم می‌تواند کاملاً ناشناخته باشد.

در این مقاله برای محاسبه قانون کنترلی ILC برای همه سیستم‌ها در حالت کلی تأخیر D در نظر گرفته می‌شود و قانون کنترلی با توجه به (۵) تعیین می‌شود که در آن D تأخیر یا معادل زمانی سیستم می‌باشد که برای تعیین مقدار بهینه آن در فصل بعد از پاسخ ضربه استفاده می‌شود. مقدار D به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که $y[k+D]$ بیشترین اثر را از $u[k]$ داشته باشد و عملکرد آن متناسب با شرایط مسئله بهبود یابد.

$$u^{j+1}[k] = u^j[k] + k_p e^j[k+D] \quad (5)$$

همان‌طور که شکل ۳ نشان می‌دهد، ورودی کنترلی در هر تکرار از ورودی‌ها و خطاها در تکرار یا تکرارهای قبلی، محاسبه می‌شود در این شکل، تمامی سیگنال‌ها در بازه زمانی ثابت $0 \leq k \leq N$ مشخص شده‌اند که اندیس j شماره تکرار را نشان می‌دهد، y_j خروجی سیستم در تکرار j و y_d مسیر مطلوب می‌باشند. الگوریتم ILC مطابق با شکل ۲ به این صورت کار می‌کند که در طی تکرار j ام ورودی



شکل ۶: پاسخ ضربه سیستم ۱.

گام ۶) شماره تکرار را یکی اضافه کنید ($j = j + 1$) قرار داده و برو به گام ۲.

۴- ارزیابی و شبیه‌سازی

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌گردد. برای همه سیستم‌ها نیازی نیست از خطای قبل برای تعیین ورودی الان استفاده کنیم. اگر پاسخ ضربه سیستمی مطابق شکل ۶ باشد بالازدگی پاسخ ضربه نشان‌دهنده بیشترین تأثیرپذیری خروجی از ورودی است و بهترین جواب به ازای بیشترین بالازدگی است یعنی لحظه‌ای که پاسخ ضربه ماکزیمم باشد. در صورتی که پاسخ ضربه سیستم دارای علامت معین نباشد تضمینی برای همگرایی خطا به صفر در هر ثابت زمانی وجود ندارد بنابراین همگرایی خطا به صفر تامین نشده و ردیابی خروجی با خطا در هر ثابت زمانی همراه خواهد بود. پس نتیجه خواهیم گرفت برای کنترل چنین سیستمی لازم است از اطلاعات تکرارهای قبلی استفاده کنیم بنابراین قوانین کنترل‌کننده بروزرسانی می‌شوند. به زبان ساده‌تر با تغییر در ساختار کنترل‌کننده و به‌کارگیری ضرایب مناسب سرعت همگرایی افزایش یافته و همچنین همگرایی یکنواخت خطا به صفر تضمین خواهد شد. ضریب تأخیر با توجه به پاسخ ضربه انتخاب می‌شود. در ذیل، چندین مثال برای استفاده از الگوریتم پیشنهادی آورده شده است که در این بخش، ما ۴ آزمایش تجربی را ارائه می‌کنیم هدف از این آزمایش‌ها این است که نشان بدهیم تحت خطاهای مدل‌سازی قانون ILC پیشنهادی ما کارآمد است، بنابراین از یافته‌های ما حمایت می‌کند. نتایج نظری به‌دست آمده در محیط نرم‌افزار MATLAB مورد آزمایش و شبیه‌سازی قرار می‌گیرند.

۴-۱ سیستم اول

اولین سیستمی که برای ارزیابی روش پیشنهادی استفاده شده است در (۱۰) آمده است [۲۶].

$$G_1(z) = z^{-1} \frac{0.3262z^{-1} + 0.1224z^{-2}}{1 - 0.8297z^{-1} + 0.1535z^{-2}} \quad (10)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، پاسخ ضربه این سیستم در نقطه ۳ بیشترین مقدار خود را دارد و در این نقطه بیشترین اثرگذاری ورودی روی خروجی را دارد. لذا می‌توان گفت که تأخیر زمانی معادل این نقطه سبب بیشترین همبستگی بین ورودی و خروجی (خطا) شده یعنی ورودی $u[k]$ دارای بیشترین روی خروجی $y[k+3]$ می‌باشد و در نتیجه انتظار داریم که استفاده از ورودی $u[k]$ برای کنترل خطای $e[k+3]$ دارای بهترین نتایج باشد و روش ILC با لحاظ این تأخیر بهترین نتایج را

i_M بیشترین مقدار ممکن باشد نشان دهنده این است که خروجی y بیشترین اثر خود را از ورودی i_M سمپل قبل‌تر از خود می‌پذیرد. در نتیجه برای شناسایی تأخیر با استفاده از پاسخ ضربه، بهترین جواب جایی است که پاسخ ضربه بیشترین مقدار را دارد. حال فرض کنید پاسخ ضربه سیستمی به مانند شکل ۵ باشد حال اگر مشابه شکل ۵ پاسخ ضربه دارای ماکزیممی در $i = D$ باشد می‌توان گفت که ورودی D سمپل قبل یعنی $u[k-D]$ دارای بیشترین اثر بر روی $y[k]$ می‌باشد، بنابراین برای محاسبه اختلاف‌زمانی بین u و y که بیشترین همبستگی و تأثیرگذاری را نسبت به هم دارند، می‌توان از پاسخ ضربه استفاده کرد.

چون $u[k]$ دارای بیشترین اثر بر روی $y[k+D]$ است و در نتیجه $u[k]$ دارای بیشترین اثر بر روی $e[k+D]$ است بنابراین در این مقاله پیشنهاد می‌شود برای اصلاح $u[k]$ الگوریتم پیشنهادی از خطای $e[k+D]$ مطابق (۸) استفاده شود.

$$u^{j+1}[k] = u^j[k] + k_p e^j[k+D] \quad (8)$$

البته چنانچه قبلاً اشاره شد، برای سادگی در روابط (۲) تا (۸)، از ساختار تناسبی برای اختصار نوشتار استفاده شده است. حال می‌توان در حالت کلی قانون کنترلی PID پیشنهادی که مبتنی بر تأخیر بهینه D می‌باشد را به‌صورت (۹) بیان کرد.

$$u^{j+1}[k] = u^j[k] + k_p e^j[k+D] + k_d e^j[k+D] + k_i \int_{\tau=D}^{k+D} e^j(\tau) d\tau \quad (9)$$

در قانون کنترل ILC بیان‌شده در (۹) برای محاسبه $u[k]$ به e و y در لحظات آینده $e[k+D]$ و $y[k+D]$ نیاز داریم در حالی که به نظر می‌رسد که در لحظه k ، مقدارهای $e[k+D]$ و $y[k+D]$ معلوم نیستند و ظاهراً قانون فوق قابل پیاده‌سازی نیست. در پاسخ لازم است که اشاره شود در روش کنترل ILC محاسبات کنترلی در هر تکرار به‌صورت آفلاین برای کل بازه $0 \leq k \leq N$ محاسبه می‌شود. یعنی $u^j[k]$ برای $0 \leq k \leq N$ به سیستم اعمال می‌شود و کلیه $y^j[k]$ (که $0 \leq k \leq N$ است) به‌دست می‌آید حال برای محاسبه $u^{j+1}[k]$ به $y^j[k+D]$ نیاز داریم که در تکرار قبلی به‌دست آمده است. می‌توان الگوریتم اجرای روش را به‌صورت زیر بیان کرد:

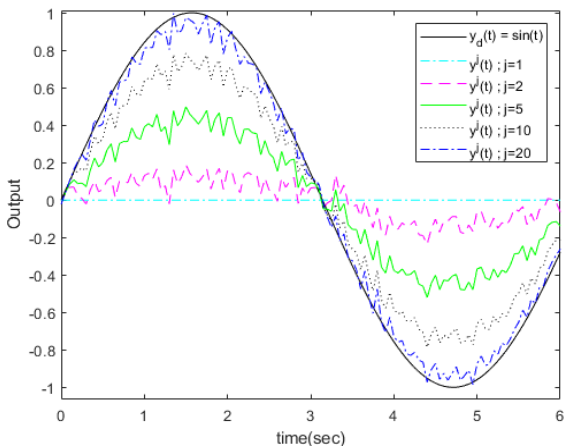
گام ۱) شماره تکرار را $j = 1$ قرار داده و یک حدس اولیه برای ورودی کنترلی $u^j[k]$ به‌ازای j انتخاب کنید.

گام ۲) ورودی کنترلی $u^j[k]$; $0 \leq k \leq N$ را به رابطه دینامیکی سیستم اعمال کنید (در صورت اجرای عملی روش باید ورودی کنترلی $u^j[k]$ به سیستم عملی مورد نظر اعمال شود) و خروجی سیستم $y^j[k]$; $0 \leq k \leq N$ ناشی از آن را به‌دست آورید.

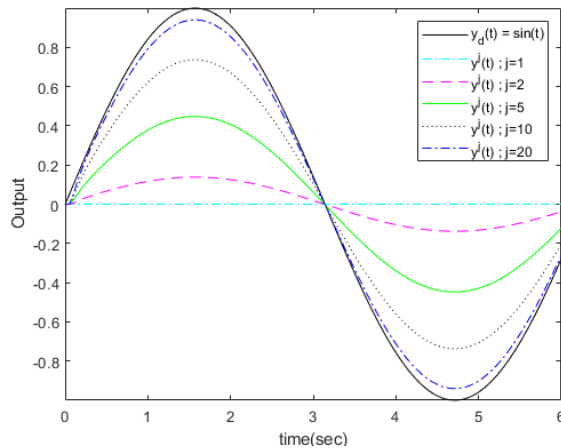
گام ۳) خروجی سیستم $y^j[k]$ در تکرار j -ام را با مقدار مطلوب $y_d[k]$ مقایسه کرده و خطای ردیابی $e^j[k] = y_d[k] - y^j[k]$ را محاسبه کنید.

گام ۴) اگر خطای $e^j[k]$ به‌دست آمده در تکرار j -ام، به‌ازای همه $u^j[k]$ مقدار مناسب و قابل قبولی دارد، الگوریتم را متوقف کن در غیر این‌صورت برو به گام بعدی.

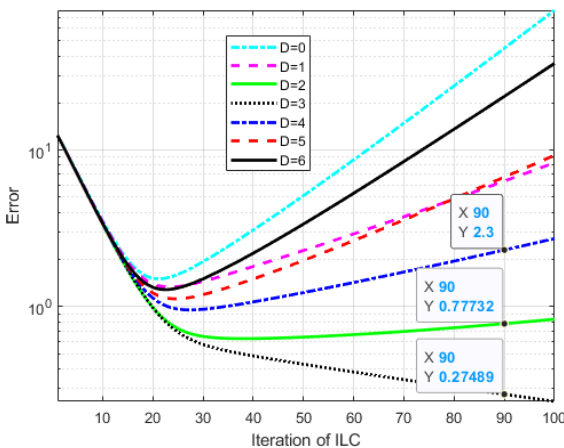
گام ۵) با توجه به موجود بودن خطای ردیابی $e^j[k]$ و ورودی کنترلی $u^j[k]$ به‌ازای همه نمونه‌ها $0 \leq k \leq N$ در تکرار j -ام، مقدار ورودی کنترلی را برای تکرار بعدی از قانون کنترلی $u^{j+1}[k] = u^j[k] + k_p e^j[k+D]$ یا حالت آمده در (۹) محاسبه کرد.



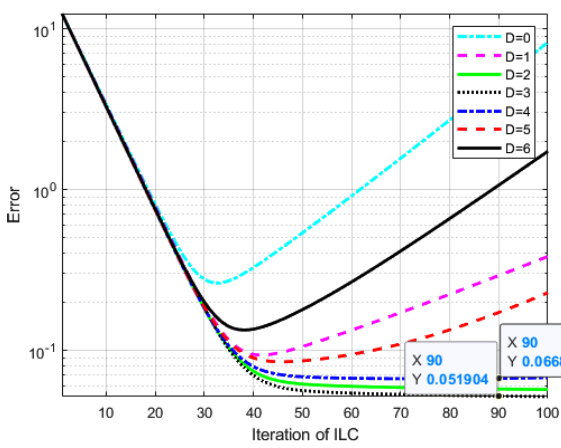
شکل ۹: خروجی سیستم ۱ در چند تکرار ILC در حضور نویز.



شکل ۷: خروجی مرجع سینوسی و خروجی سیستم ۱ در چند تکرار ILC.



شکل ۱۰: خطای روش ILC در سیستم ۱ با اعمال تأخیرهای متفاوت.



شکل ۸: خطای روش ILC در سیستم ۱ با اعمال تأخیرهای متفاوت.

بهترین جواب را به ازای تأخیر بهینه داریم و روش کنترل ILC عملکرد مطلوبی دارد و دارای سرعت همگرایی قابل قبولی می‌باشد. همچنین به منظور ارزیابی کارایی روش پیشنهادی در حالت غیر ایده‌آل که نویز هم وجود دارد، در روش ILC هنگام استفاده از خروجی سیستم یک نویز گوسی سفید (با انحراف معیار $\sigma = 0.05$) هم اضافه می‌شود:

$$\begin{cases} y_n^j[k] = y^j[k] + n[k] \\ n[k] = \sigma * randn(N, 1) \end{cases} \quad (12)$$

با اعمال این مقدار نویز نمونه‌برداری، خروجی این سیستم به‌ازای $D = 3$ در تکرارهای متفاوت j (روش ILC) در شکل ۹ رسم شده است و با وجود این نویز، باز هم خروجی سیستم با تکرار روش ILC به سمت جواب مطلوب همگرا می‌شود.

همچنین نتایج خطای روش ILC به‌ازای تأخیرهای متفاوت در شکل ۱۰ رسم شده و مشاهده می‌شود که خطای موثر خروجی کنترل شده نسبت به حالتی که نویز وجود نداشت، افزایش یافته است مثلاً قبلاً بدون نویز خطای موثر به‌ازای $D = 3$ بعد از ۹۰ تکرار ILC برابر با $E^{90} = 0.519$ می‌شد ولی الان با اعمال نویز این خطا به $E^{90} = 0.2749$ افزایش یافته است ولی هنوز همگرایی روش ILC به ازای تأخیر پیشنهادی $D = 3$ حفظ شده است اما برای سایر تأخیرها دیگر خطای روش ILC همگرا نمی‌شود و این مساله اهمیت استفاده از تأخیر بهینه در کاربردهای عملی روش ILC را نشان می‌دهد.

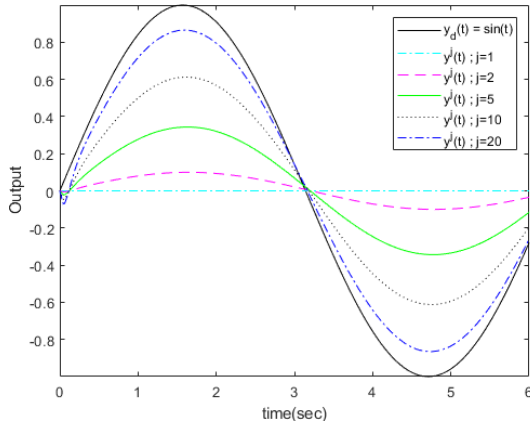
نتیجه دهد.

از روش پیشنهادی برای کنترل سیستم بیان شده در (۱۰) استفاده گردیده است و هدف از این کنترل این بود است که خروجی این سیستم بتواند سیگنال مرجع $y_D(t) = \sin(t)$ را تعقیب کند. نتایج حاصل از این روش به ازای تأخیر پیشنهادی $D = 3$ و زمان نمونه برداری $T_s = 0.05$ در شکل ۷ به‌ازای چند تکرار روش ILC رسم شده است.

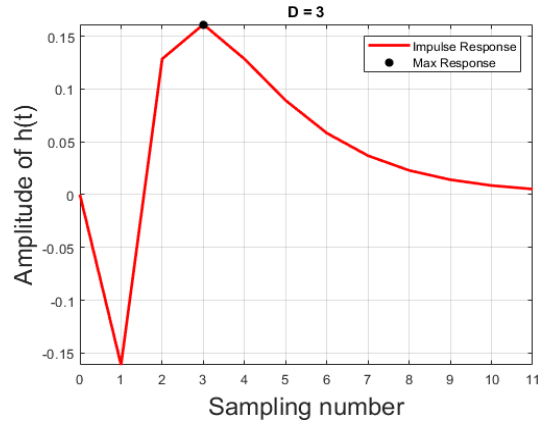
همان‌طور که شکل ۷ نشان می‌دهد خروجی y به‌دست آمده از روش پیشنهادی در هر تکرار ILC به خروجی مرجع $y_D(t) = \sin(t)$ نزدیک تر می‌شود و اگر خطای موثر خروجی سیستم کنترل شده در تکرار j -ام روش ILC به‌صورت (۱۱) به‌دست آید:

$$E(j) = \sqrt{\sum_{k=0}^N (y_d[k] - y^j[k])^2} \quad (11)$$

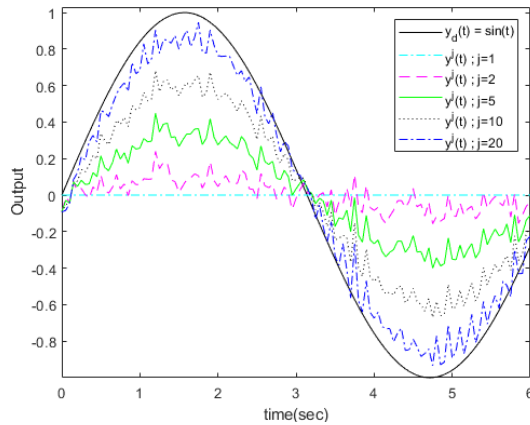
همان‌طور که شکل ۸ نشان می‌دهد خطای خروجی سیستم کنترل شده با روش ILC به‌ازای تأخیرهای متفاوت رسم شده است و می‌توان مشاهده کرد که بدون در نظر گرفتن تأخیر ($D = 0$) که معادل روش ILC متداول می‌شود) ناپایدار است و روش ILC فقط برای تأخیرهای ($D = 2, 3, 4$) همگرا است و فقط به ازای این مقادیر تأخیر، قانون کنترلی ILC می‌تواند خطای ردیابی را کاهش دهد. همچنین از بین این سه مقدار تأخیر، مقدار $D = 3$ دارای بهترین نتایج است که با نقطه ماکزیمم پاسخ ضربه رسم شده در شکل ۷ نیز هم‌خوانی دارد. به طوری که وقتی پاسخ ضربه در بیشترین مقدار خود قرار دارد یعنی در آن نقطه



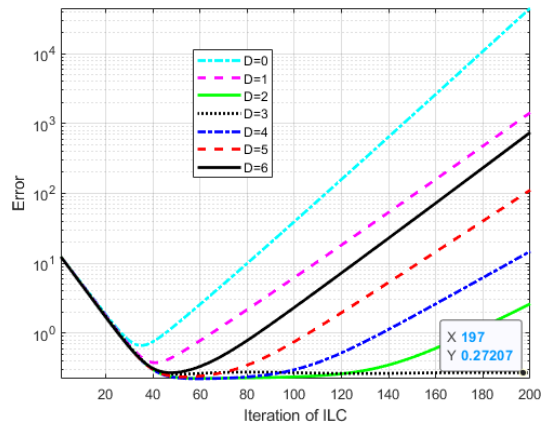
شکل ۱۴: خروجی سیستم ۲ در چند تکرار ILC بدون نویز.



شکل ۱۱: پاسخ به ورودی ضربه سیستم ۲.



شکل ۱۵: خروجی سیستم ۲ در چند تکرار ILC در حضور نویز.

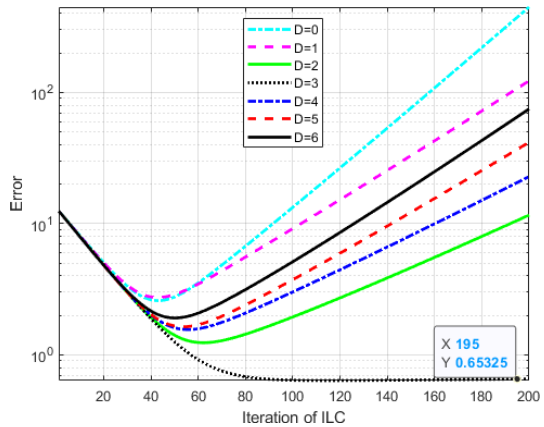


شکل ۱۲: خطای روش ILC در سیستم ۲ با اعمال تأخیرهای متفاوت.

بهترین جواب به ازای، $D = 3$ (مقداری است که پاسخ ضربه ماکزیمم است) به دست آمده است.

همچنین به منظور ارزیابی کارایی روش پیشنهادی در عمل، با اعمال یک نویز نمونه برداری (گوسی سفید با انحراف معیار $\sigma = 0.05$) به خروجی سیستم، روش ILC به ازای تأخیرهای مدلسازی متفاوت اجرا شده است و نتایج آنها در شکل ۱۳ آمده است که با وجود بزرگتر شدن خطای کنترلی همه، ولی روش ILC به ازای اخیر پیشنهادی $D = 3$ بهترین نتایج را دارد و برتری این نتایج نسبت به نتایج سایر تأخیرها بیشتر شده است که کارایی روش ILC پیشنهادی در عمل را نشان می دهد.

همچنین در شکل های ۱۴ و ۱۵ خروجی به دست آمده از روش ILC پیشنهادی به ازای $D = 3$ را در چند تکرار نمایش می دهد و همانطور که مشاهده می شود در هر دو شکل (هم بدون نویز و هم با وجود نویز) خروجی سیستم کنترل شده با انجام مراحل یادگیری ILC به سمت مقدار مطلوب همگرا می شود.



شکل ۱۳: خطای روش ILC در سیستم ۲ در حضور نویز.

۲-۴ سیستم دوم

دومین سیستمی که برای ارزیابی روش پیشنهادی استفاده شده است در (۱۳) آمده است این سیستم دارای تأخیر در ورودی است [۲۷].

$$G_p(z) = \frac{-0.1612z^{-1} + 0.2856z^{-2}}{1 - 0.9744z^{-1} + 0.223z^{-2}} z^{-13} \quad (13)$$

همان طور که در شکل ۱۱ مشاهده می شود پاسخ ضربه این دینامیک در نقطه $D = 3$ به بیشترین مقدار خود رسیده است. بنابراین بر اساس مطالب بیان شده در این مقاله، به اعمال $D = 3$ به روش ILC انتظار نتایج مناسبی می باشد.

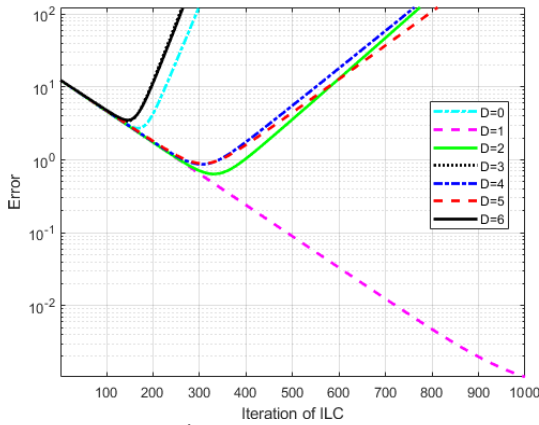
برای این سیستم به ازای تأخیرهای زمانی متعدد روش ILC اجرا شده است و نتایج آن در شکل ۱۲ آمده است همان طور که مشاهده می شود

۳-۴ سیستم سوم

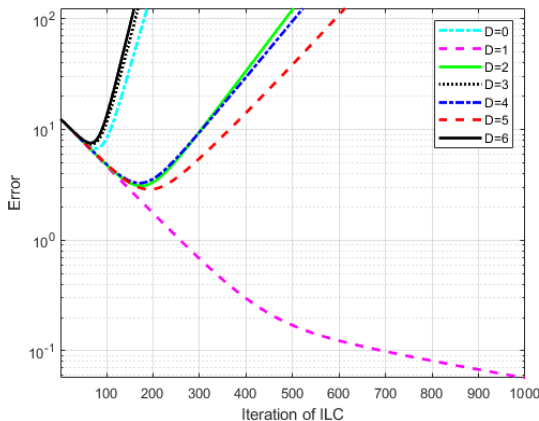
سومین سیستمی که برای ارزیابی روش پیشنهادی استفاده شده است در زیر آمده است [۲۸].

$$G_p(z) = \frac{0.25z^{-1} + 0.23z^{-2}}{1 + 0.666z^{-1} + 0.671z^{-2}} \quad (14)$$

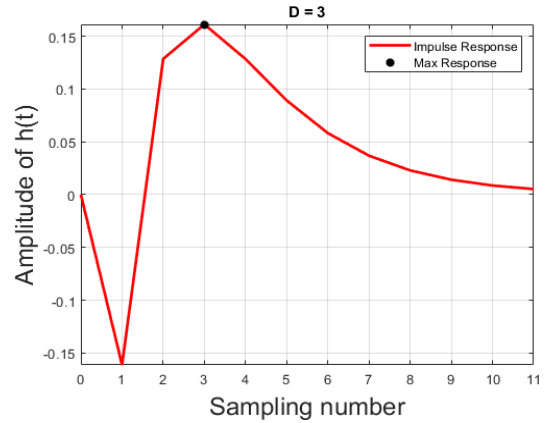
پاسخ ضربه این سیستم در شکل ۱۶ رسم شده است که در $D = 1$ به بیشترین مقدار خود رسیده است و این سیستم به ازای $D = 2, 5, 6, 9$ در حالت نامینیمم فاز قرار دارد و انتظار می رود که با اعمال این مقادیر تأخیر روش ILC ناپایدار شود.



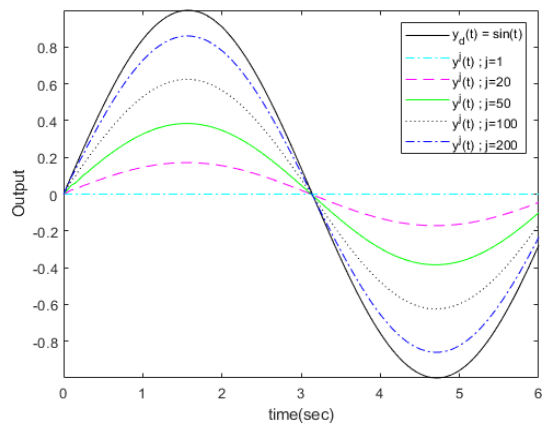
شکل ۱۹: خطای روش ILC در سیستم ۳ بدون نویز با تأخیرهای متفاوت.



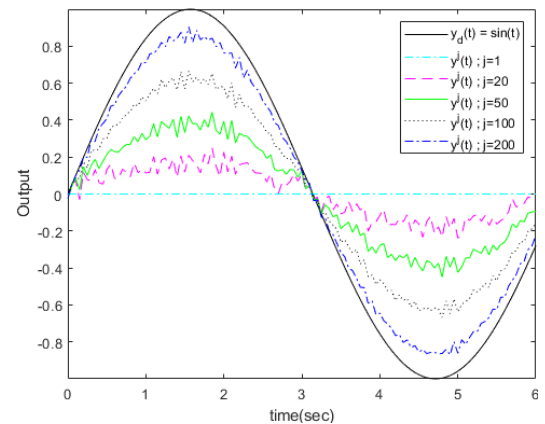
شکل ۲۰: خطای روش ILC در سیستم ۳ در حضور نویز با تأخیرهای متفاوت.



شکل ۱۶: پاسخ به ورودی ضربه سیستم ۳.



شکل ۱۷: خروجی سیستم ۳ در چند تکرار ILC بدون نویز.



شکل ۱۸: خروجی سیستم ۳ در چند تکرار ILC در حضور نویز.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله نشان داده شده است که کارایی روش کنترل کننده یادگیری تکرار شونده ILC با توجه به تأخیر ورودی-خروجی سیستمها متفاوت است و در مواردی روش ILC (بدون لحاظ تأخیر بهینه) برای بعضی از سیستمها ناپایدار است در حالی که اگر در روش ILC مساله تأخیر زمانی لحاظ شود، می توان کارایی این روش را بهبود بخشید. در ادامه نشان داده شده است که برای محاسبه تأخیر زمانی مورد نظر از نقطه ماکزیمم پاسخ ضربه استفاده کرد.

در نهایت نیز برای نشان دادن صحت و کارایی روش پیشنهادی چندین مثال شبیه سازی انجام شده است که این روش هم برای سیستم های تأخیر دار مانند مثال ۱ و ۲، هم برای سیستم های نامینیم فاز مانند مثال ۳، روش ILC با لحاظ تأخیرهای متفاوتی در قانون کنترل اجرا شده است و نتایج آن نشان می دهد که در هر مساله، بهترین سرعت همگرایی خطا به ازای مقدار تأخیر محاسبه شده از پاسخ ضربه به دست می آید. همچنین در حالتی که نویز نمونه برداری هم وجود دارد، برای هر سه مساله نیز نتایج روش ILC به ازای تأخیرهای متفاوت به دست آمده است و مشاهده شده است که با وجود نویز هم بهترین نتایج به ازای تأخیر زمانی پیشنهادی حاصل می شود.

مراجع

[1] H. S. Ahn, Y. Chen, and K. L. Moore, "Iterative learning control: Brief survey and categorization," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol 37, no. 6, pp.1099-1121, Nov. 2007.

[2] M. Ayatinia, M. Forouzanfar, and A. Ramezani, "Robust iterative learning control for linear discrete-time systems with initial state learning," *Journal of Vibration and Control*, vol. 29, no. 9-10, pp. 2242-2254, May 2023.

در شکل های ۱۷ و ۱۸ خروجی به دست آمده از روش ILC پیشنهادی به ازای $D=1$ (شکل ۱۷ بدون نویز و شکل ۱۸ با وجود نویز) را در چند تکرار نمایش می دهد و همانطور که مشاهده می شود در هر دو شکل خروجی سیستم کنترل شده با انجام مراحل یادگیری ILC به سمت مقدار مطلوب همگرا می شود و کارایی روش در حضور نویز مشاهده می شود. در دو شکل ۱۹ و ۲۰، خطای خروجی کنترل شده با روش ILC به ازای مقدار تأخیر های متفاوت (شکل ۱۹ بدون نویز و شکل ۲۰ با وجود نویز) رسم شده است و مشاهده می شود که همگرایی روش ILC فقط به ازای مقدار پیشنهادی $D=1$ وجود دارد و به ازای سایر تأخیرها روش ILC و اگر می شود که بیانگر اهمیت استفاده از تأخیر مناسب و کارایی روش ILC پیشنهادی می باشد.

- [20] P. Ouyang and P.-i. Pipatpaibul, "Iterative learning control: A comparison study," in *Proc. ASME Int. Mechanical Engineering Congress and Exposition*, vol. 44458, pp. 939-945, Vancouver, Canada, 12-18 Nov. 2010.
- [21] D. Shen, "A technical overview of recent progresses on stochastic iterative learning control," *Unmanned Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 147-164, 2018.
- [22] N. Liu and A. Alleyne, "Iterative learning identification/iterative learning control for linear time-varying systems," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 138, no. 10, Article ID: 101005, 2016.
- [23] C. T. Freeman, "Robust ILC design with application to stroke rehabilitation," *Automatica*, vol. 81, pp. 270-278, 2017.
- [24] T. Liu, Y. Ding, P. Wang, K. Zhao, and J. Jia, "Stability control of transport robot based on iterative learning control," *Journal of Physics: Conference Series*, Article ID: 2173, 8 pp., 2022.
- [25] D. C. Burr and M. C. Morrone, "Impulse-response functions for chromatic and achromatic stimuli," *JOSA A*, vol. 10, no. 8, pp. 1706-1713, 1993.
- [26] X. Zhang, M. Li, H. Ding, and X. Yao, "Data-driven tuning of feedforward controller structured with infinite impulse response filter via iterative learning control," *IET Control Theory & Applications*, vol. 13, no. 8, pp. 1062-1070, May 2019.
- [27] D. Horla and A. Krolikowski, "LQG/LTR control of input-delayed discrete-time systems," *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, pp. 1049-1058, 2019.
- [28] Y. Dai, Z. Deng, X. Wang, and H. Yuan, "A hybrid controller for a soft pneumatic manipulator based on model predictive control and iterative learning control," *Sensors*, vol. 23, no. 3, Article ID: 1272, Feb.-1 2023.
- [3] P. Gu, S. Tian, and Q. Liu, "Iterative learning control for switched singular time-delay systems," *Journal of Vibration and Control*, vol. 24, no. 20, pp. 4839-4849, Oct. 2018.
- [4] X. Dai, S. Tian, Y. Peng, and W. Luo, "Closed-loop P-type iterative learning control of uncertain linear distributed parameter systems," *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 1, no. 3, pp. 267-273, Jul. 2014.
- [5] Z. Wang, F. Gao, and F. Liu, "Improved high order model-free adaptive iterative learning control with disturbance compensation and enhanced convergence," *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, vol. 134, no. 1, pp. 343-355, Aug. 2023.
- [6] Z. Wang, R. Zhou, C. Hu, and Y. Zhu, "Online iterative learning compensation method based on model prediction for trajectory tracking control systems," *IEEE Trans. on Industrial Informatics*, vol. 18, no. 1, pp. 415-425, Jan. 2021.
- [7] K. Yovchev and L. Miteva, "Payload-adaptive iterative learning control for robotic manipulators," *Mechanical Sciences*, vol. 13, no. 1, pp. 427-436, 2022.
- [8] A. Vemula, W. Sun, M. Likhachev, and J. A. Bagnell, "On the effectiveness of iterative learning control," in *Proc. Learning for Dynamics and Control Conf.*, pp. 47-58, Stanford, CA, USA, 23-24 Jun. 2022.
- [9] Q. Yan, J. Cai, Y. Zhang, and Z. Yang, "Adaptive iterative learning control for robot manipulators with time-varying parameters and arbitrary initial errors," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 166920-166931, 2021.
- [10] G. Li, L. Hou, and Y. Lu, "D-type iterative learning control for open container motion system with sloshing constraints," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 136666-136673, 2021.
- [11] W.-L. Chu, C.-J. Lin, and Y.-Y. Chen, "Redundant robot with pneumatic artificial muscles for rehabilitation works using iterative learning control," *Applied Sciences*, vol. 12, no. 17, p. 8419, 2022.
- [12] M. Pierallini, et al., "Iterative learning control for compliant underactuated arms," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 53, no. 6, pp. 3810-3822, Jun. 2023.
- [13] S. He, et al., "Iterative learning control with data-driven-based compensation," *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 52, no. 8, pp. 7492-7503, Aug. 2021.
- [14] Y. Chen, W. Jiang, and T. Charalambous, "Machine learning based iterative learning control for non-repetitive time varying systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 33, no. 7, pp. 4098-4116, May 2023.
- [15] R. Zhang, Z. Hou, R. Chi, and H. Ji, "Adaptive iterative learning control for nonlinearly parameterised systems with unknown time-varying delays and input saturations," *International Journal of Control*, vol. 88, no. 6, pp. 1133-1141, 2015.
- [16] X. Yang, X. Ruan, and D. Li, "Iterative learning control for nonlinear switched systems with constant time delay and noise," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 3827-3836, 2019.
- [17] C. Wang, X. Dai, K. Li, and Z. Zhou, "Iterative learning consensus control for nonlinear partial difference multiagent systems with Time delay," *Complexity*, vol. 2021, no. 1, Article ID: 8886945, 15 pp., 2021.
- [18] J.-m. Wei, Y.-a. Hu, and M.-m. Sun, "Observer-based adaptive iterative learning control for a class of nonlinear time delay systems with input saturation," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, pp. 303-312, 2015.
- [19] P. Chotikunann, B. Panomruttanarug, and P. Manoonpong, "Dual design iterative learning controller for robotic manipulator application," *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 24, no. 3, pp. 76-85, 2022.

عاطفه خجسته نژاد تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی رشته مهندسی کامپیوتر- فناوری اطلاعات در سال ۱۳۹۹ در رشته تحصیلی خود از دانشگاه آموزش عالی بم به پایان رسانده است. نامبرده در حال حاضر در مقطع کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل در دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان مشغول به تحصیل بوده و زمینه‌های مورد علاقه ایشان شامل هوش مصنوعی، شبکه‌های کامپیوتری، کنترل بهینه و تجارت الکترونیک می‌باشد.

محمد ملائی امامزاده دانشنامه کارشناسی مهندسی برق-الکترونیک خود را در سال ۱۳۸۳ از دانشگاه شهید باهنر کرمان دریافت نمود. وی سپس تحصیلات کارشناسی ارشد و دکترای مهندسی برق-کنترل خود را به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۵ و ۱۳۹۶ از دانشگاه صنعتی شریف به پایان رسانید. نامبرده از سال ۱۳۹۷ به عنوان عضو هیأت علمی دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان مشغول به کار بوده و زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان شامل کنترل بهینه، سیستم‌های هوشمند، هوش مصنوعی، سیستم‌های چندعاملی و سلسله‌مراتبی می‌باشد.

ملیحه مغفوری فرسنگی دانشنامه مهندسی برق خود را در سال ۱۳۷۴ از دانشگاه فردوسی مشهد دریافت نمود سپس تحصیلات دکترای مهندسی برق خود را در سال ۱۳۸۲ از دانشگاه برونل انگلستان به پایان رسانید از همان سال به عنوان عضو هیأت علمی دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان مشغول به کار بوده و زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان شامل کنترل سیستم قدرت، کنترل مبتنی بر داده، سیستم‌های کنترل شبکه‌ای و هوش محاسباتی می‌باشد.