

کنترل مد لغزشی مبتنی بر داده مبتنی بر شبکه عصبی بازگشتی تصویر برای عفونت HIV: یک رویکرد مقدار تکین

اشکان ضرغامی، مهدی سیاهی و فریدون نوشیروان راحت‌آباد

نقشی حیاتی در حمله به ویروس‌های HIV را بر عهده دارند. این سلول‌ها سیگنال‌هایی را به سلول‌های پاسخ ایمنی برای مقابله با هجوم ویروس‌ها و افزایش سلول‌های معیوب ارسال می‌کنند [۱].

عموم تحقیقات انجام‌گرفته در این حوزه معطوف به معرفی مدل‌های تحلیلی در چارچوب ریاضیاتی با هدف توسعه تکنیک‌های درمانی مؤثر است. یکی از مهم‌ترین رویکردهای تحلیلی برای توصیف مبتنی بر درمان HIV، درمان ضد رتروویروسی بسیار فعال (HAART)^۳ می‌باشد که در آن از مهارکننده‌های ترانس کریپتاز معکوس (RTI)^۴ برای مهار معکوس فعالیت ترانس کریپتاز و جلوگیری از انتقال سلول به سلول و مهارکننده‌های پروتئاز (PI)^۵ برای مهار تولید ویروس پیش‌سازهای پروتئین و جلوگیری از تولید ویروس‌ها توسط سلول‌های آلوده استفاده می‌شود. در این داروی ترکیبی، RTI برای کاهش نرخ عفونت سلول‌های سالم از ویروس‌های آزاد و PI برای کاهش رشد سلول‌های ویروسی از سلول‌های معیوب استفاده می‌شود [۲].

با کنترل مؤثر تزریق دارو می‌توان به‌طور غیرمستقیم، غلظت سلول‌های سالم در پلاسما خون را با کاهش نرخ عفونت افزایش داد که این کار منجر به کاهش غلظت سلول‌های ویروسی در پلاسما خون می‌شود. در طول یک دهه اخیر، برنامه‌های کنترلی متعددی مبتنی بر مدل ریاضیاتی HIV با مرتبه‌های مختلف برای دستیابی به شیوه درمانی مؤثر مبتنی بر تزریق صحیح دارو توسعه یافته و در عموم تحقیقات انجام‌شده، قابلیت اندازه‌گیری غلظت سلول‌های سالم ضروری است؛ در حالی که غلظت سلول‌های معیوب و تعداد ویروس‌های آزاد می‌تواند به شیوه‌ای مناسب تخمین زده شود.

مدل دینامیکی عفونت HIV ماهیتی غیرخطی داشته و شامل عدم قطعیت پارامتری یا غیرپارامتری است. تکنیک‌های کنترل فیدبک غیرخطی از جمله راهکارهای درمان مؤثر این عفونت به‌ویژه در حضور عدم قطعیت‌های مدل هستند. در [۳] از یک رویکرد مد لغزشی در تلفیق با شبکه عصبی تابع پایه شعاعی برای تخمین بخش غیرخطی دینامیک مرتبه کسری عفونت HIV استفاده شده است. شرط پایداری رویکرد به کمک تئوری لیاپانوف تعیین گردیده و الگوریتم ارائه‌شده قادر به تضمین پایداری زمان محدود است. در [۴]، دینامیک HIV به‌صورت معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری توصیف شده است. تحلیل پایداری مجانبی با استفاده از تکنیک لیاپانوف-کراوسکی با و بدون تأخیر متغیر با زمان انجام شده است.

چکیده: در این مقاله، جبران‌سازی عفونت HIV با استفاده از کنترل مد لغزشی مبتنی بر داده در تلفیق با شبکه عصبی بازگشتی تصویر مورد توجه قرار گرفته است. اهداف اصلی تعیین قوانین کنترلی به‌گونه‌ای است که نیازی به معادلات ریاضی عفونت HIV نباشد و محدودیت فیزیکی محرک نیز برآورده شود. این کار با توسعه مبانی کنترل تطبیقی مستقل از مدل صورت می‌گیرد که در آن از خطی‌سازی دینامیکی محلی مبتنی بر تخمین مشتق شبه‌جزئی برای توصیف رابطه بین ورودی و خروجی استفاده می‌شود. برای تعیین قانون کنترل، نخست یک شاخص عملکرد مبتنی بر تحقق شرط دسترسی نمایی زمان گسسته تعریف می‌شود. با تبدیل این شاخص به یک مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید، دینامیک شبکه عصبی بازگشتی تصویر بر اساس نظریه تصویر استخراج می‌شود. به کمک معادله خروجی بهینه‌سازی، دینامیک حلقه بسته به‌صورت صریح تعیین می‌گردد و تحلیل پایداری حلقه بسته به کمک رویکرد مقدار تکین مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی در قیاس با یکی از جدیدترین رویکردهای کنترلی، نشان‌دهنده کیفیت بالای الگوریتم در هدایت دینامیک عفونت HIV به نقطه تعادل سالم در حضور عدم قطعیت مدل و اغتشاشات خارجی است.

کلیدواژه: کنترل مد لغزشی مبتنی بر داده، شبکه عصبی بازگشتی تصویر، رویکرد مقدار تکین، عفونت HIV.

۱- مقدمه

کنترل بیماری HIV^۱ یکی از مسائل چالش‌برانگیز در طی چند دهه اخیر است. یکی از مهم‌ترین دلایل جبران‌سازی عفونت HIV، جلوگیری از بروز بیماری AIDS^۲ است. عدم جبران‌سازی عفونت HIV موجب تضعیف سیستم ایمنی بدن در گذر زمان شده و برای بیماران مبتلا به AIDS می‌تواند بسیار تهدیدآمیز باشد. در چنین شرایطی، غلظت سلول‌های معیوب به‌تدریج افزایش یافته و این متناظر با کاهش غلظت سلول‌های سالم CD^۴+ و افزایش تعداد ویروس‌های آزاد است. بخشی از سلول‌های سالم که عموماً به سلول‌های کمک‌کننده معروف هستند،

این مقاله در تاریخ ۲ دی ماه ۱۴۰۱ دریافت و در تاریخ ۲۲ مرداد ماه ۱۴۰۲ بازنگری شد.

اشکان ضرغامی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، تهران، ایران، (email: ashkan.zarghami@outlook.com).

مهدی سیاهی (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران، (email: mehdi.siahi@srbiau.ac.ir).

فریدون نوشیروان راحت‌آباد، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران، (email: nowshiravan@gmail.com).

3. Highly Active Antiretroviral Therapy
4. Reverse Transcriptase Inhibitor
5. Protease Inhibitor

1. Human Immunodeficiency Virus
2. Acquired Immune Deficiency Syndrome

ورودی- خروجی، دینامیک اصلی به مدل فضای حالت جدید شامل عدم قطعیت تبدیل می‌شود. سپس یک رویکرد حالت مبتنی بر عملگر بسکاکو^۱ با هدف تخمین متغیرهای حالت غیرقابل اندازه‌گیری طراحی شده است. ترم عدم قطعیت به کمک تعدادی توابع پایه به فرم رگرسیون توصیف می‌شود که در آن ضرایب مجهول به شیوه‌ای تطبیقی به‌روز می‌شوند. نشان داده شده که این رویکرد، کران‌داری نهایتاً یکنواخت را تضمین می‌کند. قانون کنترل به کمک تخمین ترم بردار حالت و ترم عدم قطعیت تعیین می‌شود.

در [۱۲] ابتدا کنترل نامی مبتنی بر تکنیک خطی‌سازی فیدبک برای یک مدل مرتبه سه HIV استخراج می‌شود. سپس با فرض دراختیارداشتن غلظت ویروس، متغیرهای حالت به کمک یک رویکرد حالت غیرخطی تخمین زده می‌شوند و نهایتاً از یک جبران‌ساز اغتشاش برای مواجهه با عدم قطعیت‌های پارامتری استفاده شده است. شرایط پایداری حلقه بسته به کمک نظریه اختلال تکین مورد بررسی قرار گرفته است. حساسیت به تغییرات مدل در رویکردهای مبتنی بر خطی‌سازی بالا است و وابستگی به ماهیت تغییرپذیر نقاط تعادل عفونت HIV نیز چالشی مهم به شمار می‌آید. به‌علاوه، تضمین کران‌داری سیگنال کنترلی به شیوه‌ای تحلیلی بحث نشده است.

مهم‌ترین و پرکاربردترین روش کنترلی برای تزریق مؤثر دارو و جبران‌سازی عفونت HIV، رویکردهای مبتنی بر کنترل بهینه هستند. اساس طراحی، تعریف یک شاخص عملکرد مناسب بر مبنای اهداف عملکردی از پیش تعیین‌شده و کمینه‌سازی آن با روشی مناسب است. در [۱۳] با هدف کمینه‌کردن مقادیر سلول‌های معیوب و ویروس‌های آزاد و حداقل هزینه کنترلی در یک بازه زمانی محدود، یک شاخص عملکرد تعریف شده است. با استخراج شرایط بهینگی، قانون کنترل به شیوه‌ای بازگشتی و با حل دسته‌ای از معادلات جبری تعیین می‌شود. رویکرد حل مسئله بهینه زمان‌بر بوده و با پیچیدگی زیادی همراه است. در [۱۴] شاخص عملکردی با هدف کمینه‌سازی هزینه کنترل و جمعیت ویروس‌ها، تعریف و شرایط بهینگی به کمک مقادیر مرزی استخراج شده است. سپس دینامیک بهینه به کمک تکنیک گسسته‌سازی به‌دست آمده و جواب بهینه به کمک اصل حداقل پونتریاگین تعیین شده است. مشکل اساسی این روش، عدم ارائه روشی سامانمند برای حل مسئله بهینه‌سازی و پیچیدگی حل آن است.

در [۱۵]، یک استراتژی کنترل بهینه برای مدل مرتبه کسری HIV با یک بخش درمان ارائه شده است. ابتدا شرایط لازم برای کنترل بهینه بیماری با استفاده از کنترل میزان تماس افراد مستعد و عفونی، کنترل میزان ART جمعیت بخش تحت درمان و کنترل میزان تغییرات در عادات جنسی افراد مستعد به‌دست آمده است. سپس شبیه‌سازی‌های لازم برای چهار استراتژی با استفاده از یک طرح کسری سه‌مرحله‌ای آدامز-باشفورث انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که بهترین استراتژی، استفاده از تمامی تلاش‌های کنترلی به‌طور همزمان است. کنترل‌کننده بهینه پیشنهادشده در کنترل بیماری مؤثر بوده و می‌تواند در مطالعات آینده به یک کنترل‌کننده حلقه بسته تبدیل شود تا عملکرد آن در مقابله با خطاهای مدل‌سازی، عدم قطعیت‌ها و اختلالات خارجی افزایش یابد.

در [۱۶] مدل دینامیکی HIV به‌صورت یک سیستم سوئیچ‌شده، توصیف و ثابت می‌شود که قانون کنترل بهینه یکتایی مبتنی بر جواب

در [۵] با تعریف متغیر ماکرو مبتنی بر سیگنال‌های خطا، قانون کنترل کمکی برای کاهش بار ویروس به‌دست آمده و به‌علاوه، کنترل پسگام انتگرالی برای جبران‌سازی سلول‌های ویروسی نیز طراحی شده است؛ به‌طوری که پایداری نمایی سیستم حلقه بسته تضمین می‌شود. اما مسئله قوام سیستم نسبت به عدم قطعیت یا اغتشاشات خارجی مورد بررسی قرار نگرفته است. در [۶] از ترکیب کنترل مد لغزشی و کنترل‌کننده PI برای تولید میزان تزریق داروی صحیح به یک مدل HIV مرتبه پنج استفاده شده است. بهره‌های PI به شیوه‌ای تطبیقی و با مقدار لحظه‌ای سطح لغزش به‌روز می‌شوند. قانون کنترل مد لغزشی بر اساس رویکرد تفکیک‌شده و برای چهار متغیر حالت نخست استخراج می‌گردد و برای جبران‌سازی اثرات چترینگ از تکنیک لایه مرزی استفاده شده است. تضمین پایداری حلقه بسته با ترکیب دو الگوریتم کنترلی بحث نشده و رویکرد حذف چترینگ با کاهش دقت عملکردی همراه است.

در [۷]، شرط قابل دسترس‌بودن با هدف مهار عفونت HIV به کمک الگوریتم کنترل مد لغزشی مورد بررسی قرار گرفته که این کار با یافتن شرط وجود مد لغزشی بر اساس متغیرهای حالت HIV صورت گرفته است. سپس به کمک داده‌های آزمایشگاهی، پارامترهای مجهول شرط مذکور به کمک تکنیک درون‌یابی مکعبی تکه‌ای خطی تخمین زده می‌شوند. در [۸]، مدل دینامیکی HIV به‌صورت یک سیستم کنترل ضربه‌ای با تحقق شروط دسترسی‌پذیری و کنترل‌پذیری توصیف شده است. سپس از تکنیک خطی‌سازی ضربه‌ای برای استخراج قانون کنترل فیدبک ضربه‌ای، استفاده و شرایط لازم و کافی برای تضمین پایداری حلقه بسته تعیین شده است.

در [۹]، یک مدل واکنش ایمنی (انتشار تأخیری ویروس) برای بررسی استفاده از کنترل لغزشی و چندپایداری در تنظیم اثر درمانی HIV پیشنهاد گردیده است. این مقاله وجود و ثبات تعادل‌ها، انشعاب فضایی Hopf، دامنه لغزشی و دوشاخه‌های گره مرزی را بررسی می‌کند. سپس از طریق شبیه‌سازی‌ها، اثرات آستانه درمانی، دامنه لغزشی و چندپایداری بر درمان HIV، ارزیابی و آستانه درمانی مناسب برای بیماران آلوده با پارامترهای فیزیولوژیکی مشخص تعیین شده است.

در [۱۰]، مدلی ریاضی برای دینامیک و کنترل انتقال HIV ارائه گردیده که بر این اساس، رویکردی آستانه‌ای برای کنترل سلول‌ها و ویروس‌های آلوده پیشنهاد شده است؛ به‌طوری که تعداد کل سلول‌های آلوده بدن از حد آستانه تحمل معینی فراتر نرود. همچنین یک استراتژی کنترل بهینه برای به‌حداقل‌رساندن غلظت سلول‌ها و ویروس‌های آلوده با حداقل هزینه کنترلی معرفی گردیده است. نوآوری اصلی این مقاله توسعه یک تابع کنترل تکه‌ای خطی برای مدل HIV با انتقال سلول به سلول، تجزیه و تحلیل دینامیک حالت لغزشی و نشان‌دادن اثربخشی استراتژی‌های کنترلی از طریق شبیه‌سازی‌های عددی است.

عموم روش‌های فیدبک غیرخطی ارائه‌شده به مدل ریاضیاتی HIV کاملاً وابسته هستند و نیاز به آگاهی از پارامترهای توصیف‌کننده مدل دارند؛ در حالی که این پارامترها از شخصی به شخص دیگر متفاوت است. به‌علاوه، مسائلی چون محدودیت سیگنال کنترلی و حداقل هزینه کنترلی بررسی نشده‌اند.

یکی از تکنیک‌های مورد استفاده برای جبران‌سازی عفونت HIV، استفاده از تکنیک خطی‌سازی ورودی- خروجی برای تعیین قانون کنترل به شیوه‌ای تحلیلی است. در عموم این رویکردها، قانون فیدبک خروجی در تلفیق با یک رویکرد حالت برای تخمین متغیرهای حالت غیرقابل اندازه‌گیری به‌دست می‌آید. در [۱۱] ابتدا به کمک تکنیک خطی‌سازی

شرایط بهینگی شاخص عملکرد به کمک اصل همیلتونیان، بررسی و جواب کنترلی بهینه در بازه زمانی محدود تعیین شده است. در [۲۵] با در نظر گرفتن مدل دینامیکی HIV به عنوان سیستم راه انداز، یک سیستم پاسخ کنترل شونده تعریف شده و سپس با تعریف خطای هم زمان سازی بین دو سیستم، قانون تطبیق پارامترهای نامعلوم به دست آمده است. قانون کنترل به کمک تکنیک کنترل افق رو به عقب غیرخطی زمان حقیقی تعیین می شود. این کار با تعریف یک شاخص عملکرد انتگرالی و حل آن به کمک تابع همیلتونیان و استخراج شرایط بهینگی انجام می گیرد. نهایتاً از روش جاروب رو به عقب برای یافتن جواب بهینه استفاده شده است. در [۲۶] از کنترل مدل پیش بین برای تعیین قانون کنترل بهینه عفونت HIV استفاده گردیده است. ابتدا با تعریف متغیرهای حالت، مدل بسط یافته استخراج می شود و سپس مسئله کنترل بهینه افق محدود با در نظر گرفتن محدودیت کنترلی معرفی شده است. تعیین جواب بر مبنای تکنیک وقفه های درمانی ساختاریافته صورت می گیرد که به طور قابل توجهی موجب بهبود مصونیت نسبت به HIV می شود. مهم ترین مشکل رویکردهای کنترل بهینه در ادبیات موضوع، وابستگی صریح آنها به دینامیک HIV است؛ به طوری که وجود جواب بهینه در صورت تغییر پارامترهای توصیف کننده HIV یا بروز عدم قطعیت های غیر ساختاریافته با دشواری همراه است. به علاوه، رویکردی مؤثر برای در نظر گرفتن محدودیت کنترلی ارائه نشده است.

در این مقاله، الگوریتم کنترل بهینه مستقل از مدل مبتنی بر تکنیک خطی سازی دینامیکی و کنترل مد لغزشی ارائه می شود که در آن، قانون کنترل بهینه به کمک شبکه عصبی بازگشتی تصویر به عنوان بهینه سازی عددی تعیین می گردد. این شبکه ها بر اساس نظریه نامساوی تغییرات برای حل یک مسئله بهینه سازی مقید استخراج می شوند [۲۷]. از مهم ترین مسائل بهینه سازی که توسط PRNNها حل شده اند می توان به برنامه ریزی خطی [۲۸]، برنامه ریزی مرتبه دو [۲۹] و [۳۰]، برنامه ریزی غیرخطی [۳۱] و [۳۲] و بهینه سازی min-max [۳۳] اشاره کرد. به علاوه، این شبکه ها به طور گسترده ای در حوزه رباتیک [۳۴] و [۳۵] و کنترل مدل پیش بین [۳۶] استفاده شده اند. بدین منظور، نخست مدل های دینامیکی خطی سازی شده محلی بر حسب مشتقات شبه جزئی به عنوان پارامترهای طراحی تنها به کمک داده های ورودی و خروجی معرفی می شوند و سپس با طرح شاخص عملکرد مناسب، قوانین تطبیق پارامتر به دست می آیند. در ادامه، شاخص عملکرد کنترلی بر مبنای شروط دسترسی نمای زمان گسسته، تعریف و به یک مسئله برنامه ریزی مرتبه دو مقید تبدیل می شود. برای حل CQP^۲، مدل دینامیکی و جبری PRNN^۳ استخراج می گردد. تحلیل پایداری حلقه بسته به کمک رویکرد مقدار تکین و با استخراج دینامیک حلقه بسته به کمک معادله خروجی بهینه ساز عددی انجام می گیرد.

نوآوری های الگوریتم پیشنهادی به صورت زیر خلاصه می شود:

- توسعه کنترل مد لغزشی مبتنی بر خطی سازی دینامیکی محلی
- توسعه شبکه عصبی بازگشتی تصویر برای حل آنلاین برنامه ریزی مرتبه دو
- تضمین پایداری حلقه بسته به کمک رویکرد مقدار تکین
- عدم وابستگی به مدل ریاضیاتی عفونت HIV
- استخراج قانون کنترل بهینه مبتنی بر داده های ورودی - خروجی

بهینه پونتریاگین وجود دارد. سپس شرایط وجود جواب بهینه بررسی گردیده و نشان داده می شود که هر جواب، معرف یک مد لغزشی است. همچنین فضای نامتغیر مثبت متناظر با جواب پونتریاگین، تعیین و در نتیجه، قانون کنترل بهینه کلیدزنی استخراج شده است. رویکرد ارائه شده با در نظر گرفتن فرضیات محدود کننده زیادی توسعه یافته و ممکن است که منجر به بروز چترینگ شود.

در [۱۷] قانون کنترل بهینه با هدف اجتناب سلول های معیوب از تولید ذرات ویروس با تعریف شاخص عملکرد انتگرالی به دست آمده است. سیگنال کنترلی، ماهیتی غیرخطی با پارامترهای تصادفی دارد که متغیرهای آن به کمک الگوریتمی بازگشتی مبتنی بر ارزیابی مونت کارلو تعیین می شوند. روش ارائه شده قادر به جبران سازی HIV در حضور عدم قطعیت پارامتری است. در [۱۸] از شاخص عملکرد خطی مرتبه دو برای تعیین قوانین کنترل بهینه مدل مرتبه پنج HIV استفاده شده است. برای حل مسئله بهینه سازی، ابتدا دینامیک اصلی حول نقطه تعادل خطی خود خطی شده و سپس کنترل فیدبک بهینه با حل مسئله ردیابی LQ^۱ به دست می آید. متغیر غیرقابل دسترس دینامیک خطی شده به کمک یک رویکرد حالت تخمین زده می شود. در [۱۹] جبران سازی دینامیک عفونت HIV به کمک کنترل فازی مبتنی بر موتور استنتاج ضرب، فازی گر تکین و فازی زدای میانگین مرکز انجام شده است. با تعریف تابع هدف مناسب، متغیرهای طراحی سیستم فازی به کمک الگوریتم رقابت امپریالیستی به صورت بهینه تعیین می شوند. قانون کنترل نهایی معرف مجموع وزن دار خروجی های سیستم فازی است. در [۲۰] شاخص عملکرد انتگرالی با هدف بیشینه سازی تعداد سلول های سالم و حداقل کردن هزینه کنترلی متناظر با مقدار بهینه تزریق دارو تعریف گردیده است. شرایط بهینگی به کمک تابع همیلتونیان و اصل حداکثر، تعیین و تحلیل مسئله بهینه در حضور محدودیت حالت انجام شده است. نهایتاً قوانین کنترل بهینه با در نظر گرفتن تعدادی فرض محدود کننده استخراج شده اند.

در [۲۱]، یک استراتژی جدید بهینه کنترل فازی نوع ۲ برای درمان ضد رتروویروسی عفونت HIV پیشنهاد شده است. سیستم کنترلی برای افزایش تعداد سلول های سالم، کاهش تعداد سلول ها و ویروس های آلوده و در نظر گرفتن عواملی مانند هزینه دارو، عوارض جانبی و اهمیت سرعت درمان طراحی گردیده است. در این مقاله همچنین استراتژی های کنترل مختلفی که برای سیستم های ایمنی HIV اعمال شده اند، از جمله کنترل پسگام، کنترل بهینه و کنترل کننده های فازی مورد بحث قرار گرفته اند.

در [۲۲] ابتدا تحلیل پایداری مدل بدون درمان HIV بر اساس نقاط تعادل سیستم بررسی شده و سپس از تکنیک دوشاخه شدن و اصل حداقل پونتریاگین برای استخراج قوانین کنترلی استفاده گردیده است. این کار با بررسی شرط وجود دوشاخگی حول یک نقطه تعادل پارامتری انجام گرفته است. در [۲۳] بر روی مسئله کنترل ردیابی بهینه مدل مرتبه شش HIV تمرکز شده و ابتدا شاخص عملکرد مناسب، تعریف و شرایط کافی برای بهینگی سیستم بررسی گردیده است. سپس با تعریف تابع لاگرانژ و شرط وجود زمان ترمینال بهینه، قانون کنترل نهایی استخراج شده است. در [۲۴] قوانین کنترلی با معرفی یک شاخص عملکرد انتگرالی به دست می آیند که هدف اصلی در آن، کمینه سازی تعداد سلول های معیوب است. به منظور کاهش پیچیدگی ناشی از توابع وابسته به حالت، فضای حالت به نواحی ای با توابع ثابت تکه ای خطی متعلق به هر ناحیه پارتیشن بندی می شود. متغیر تأثیرگذار در هر ناحیه، تعداد سلول های معیوب است. سپس

2. Constrained Quadratic Programming

3. Projection Recurrent Neural Network

1. Linear Quadratic

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= s - dx_1 - \beta(1-u)x_1x_p \\ \dot{x}_p &= \beta(1-u)x_1x_p - \mu x_p \\ \dot{x}_r &= \eta x_p - cx_r \end{aligned} \quad (2)$$

برای توسعه برنامه کنترلی، نخست لازم است که نقاط تعادل دینامیک عفونت HIV وقتی هیچ درمان دارویی وجود ندارد، تعیین شود. این کار با حل معادلات جبری در شرایط حالت دائم انجام می‌گیرد که در آن، نرخ تغییرات متغیرهای حالت صفر است. در این صورت (۲) به صورت زیر خلاصه می‌شود

$$\begin{aligned} s - dx_1^* - \beta x_1^* x_p^* &= 0 \\ \beta x_1^* x_p^* - \mu x_p^* &= 0 \\ \eta x_p^* - cx_r^* &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

که x_1^* ، x_p^* و x_r^* به ترتیب مقدار حالت دائم غلظت سلول‌های سالم، غلظت سلول‌های معیوب و غلظت ذرات ویروس آزاد هستند. به علاوه u^* مقدار حالت دائم سیگنال کنترلی است. با حل معادلات جبری (۳)، نقاط تعادل عفونت HIV به صورت زیر هستند

$$\begin{cases} X_{healthy} = \left(\frac{s}{d} \quad 0 \quad 0 \right) \\ X_{infected} = \left(\frac{\mu c}{\beta \eta} \quad \frac{s}{\mu} - \frac{dc}{\beta \eta} \quad \frac{\eta s}{c \mu} - \frac{d}{\beta} \right) \end{cases} \quad (4)$$

مطابق با (۴)، دینامیک داخلی عفونت HIV شامل دو نقطه تعادل سالم و معیوب است. بر اساس مقادیر عددی پارامترهای HIV، نقاط تعادل برابر با $X_{healthy} = (1629 \quad 0 \quad 0)$ و $X_{infected} = (1068 \quad 98.57 \quad 24192)$ هستند. بدیهی است که هدف اصلی، هدایت متغیرهای حالت عفونت HIV به سمت نقطه تعادل سالم از هر شرایط اولیه است. این به معنی تزریق بهینه دارو به کمک یک برنامه کنترلی مناسب با هدف دست‌یابی به حداکثر غلظت سلول‌های سالم و حداقل غلظت سلول‌های معیوب و ذرات ویروس آزاد است.

نقطه تعادل معیوب به وضعیتی اطلاق می‌شود که در آن، ویروس HIV به‌طور مداوم در جمعیت حضور دارد و بدن نمی‌تواند به‌طور کامل با آن مبارزه کند. این وضعیت ممکن است که به علت عدم اثربخشی درمان‌های موجود، مقاومت به داروها، نقض تطابق درمانی یا دلایل دیگری باشد. نقطه تعادل معیوب می‌تواند انتشار بیماری را بیشتر کند و موجب افزایش میزان ابتلا به HIV در جمعیت‌های مختلف شود.

رفتار حلقه باز دینامیک عفونت HIV به ازای شرایط اولیه مختلف در شکل ۱ نشان داده است. با توجه به شکل، دینامیک داخلی HIV ماهیتاً تمایل به همگرایی به نقطه تعادل معیوب دارد. این نشان‌دهنده لزوم طراحی یک سیستم کنترلی با هدف تزریق کارآمد دارو برای هدایت متغیرهای حالت HIV به سمت نقطه تعادل سالم است.

۳- کنترل مد لغزشی تطبیقی مستقل از داده

در این بخش، مراحل تعیین قانون کنترل مد لغزشی بهینه مقید بر مبنای رویکرد کنترل تطبیقی مستقل از مدل و شبکه عصبی بازگشتی تصویر ارائه می‌شود. الگوریتم پیشنهادی به‌طور کلی از پنج بخش اساسی زیر تشکیل گردیده است:

- معرفی مدل‌های داده خطی‌سازی شده دینامیکی
- تخمین مشتقات شبه‌جزئی به شیوه‌ای بازگشتی
- تعریف شاخص عملکرد با هدف تحقق شرط دسترسی نمایی

جدول ۱: مقادیر عددی پارامترهای HIV [۳۷].

پارامتر	مقدار
s [cells/(mm ³ × day)]	۲۹۵
d [1/day]	۰/۱۸۲
β [mL/(copy × day)]	۰/۰۰۰۰۰۳۸۹
μ [1/day]	۱/۰۲
η [copies × mm ³ /(cell × mL × day)]	۵۸۹۰
c [1/day]	۲۴

• در نظر گرفتن حداقل هزینه کنترلی

ساختار مقاله به این شرح است که در بخش دوم، مدل تحلیلی HIV معرفی و عملکرد آن حول نقاط تعادل خود بررسی می‌شود. بخش سوم شامل توصیف عفونت HIV بر حسب مدل‌های خطی‌سازی محلی، طرح مسئله کنترل مد لغزشی بهینه با تشکیل یک مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید و حل آن به کمک PRNN است. تحلیل پایداری حلقه بسته در بخش چهارم آمده و نتایج شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری به ترتیب در بخش‌های پنجم و ششم مطرح می‌شوند.

۲- مدل ریاضی عفونت HIV

مدل دینامیکی درمان عفونت HIV به کمک معادلات دیفرانسیلی زیر قابل توصیف است [۳۷]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= s - dx_1 - \beta(1-u)x_1x_p \\ \dot{x}_p &= \beta(1-u)x_1x_p - \mu x_p \\ \dot{x}_r &= \eta(1-u_p)x_p - cx_r \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن x_1 ، x_p و x_r به ترتیب معرف غلظت سلول‌های $CD4^+$ T سالم، غلظت سلول‌های $CD4^+$ T معیوب و غلظت ذرات ویروس‌های آزاد هستند. پارامتر s و d به ترتیب معرف نرخ تولید و نرخ مرگ طبیعی سلول‌های سالم می‌باشند. به علاوه، سلول‌های سالم هنگام اندرکش با ویروس‌ها با نرخ β آلوده می‌شوند؛ سلول‌های معیوب با نرخ μ می‌میرند و ذرات ویروس با نرخ η ایجاد شده و با نرخ c از بین می‌روند. مقادیر نامی پارامترهای HIV در جدول ۱ آمده است. این پارامترها بر اساس داده‌های مربوط به آزمایش‌های بالینی به شیوه‌ای مناسب تخمین زده شده‌اند.

مطابق با (۱)، دو نوع متفاوت داروی ضد ویروسی برای درمان عفونت HIV شامل RTI و PI در نظر گرفته می‌شود. تزریق این دارو در معادلات دینامیکی با متغیرهای u و u_p بیان شده که مقادیری بین صفر و یک را اختیار می‌کنند. در واقع مقادیر صفر و یک به ترتیب به معنی بدون دارو و داروی کامل هستند. داروی RTI با جلوگیری از رونویسی معکوس HIV منجر به مهار ویروس در آلوده کردن سلول‌های جدید می‌شود؛ در حالی که داروی PI با مهار آنزیم‌های پروتئاز ویروسی، از قطع زنجیره‌های پروتئینی که منجر به تولید ذرات ویروس غیر عفونی می‌شوند، ممانعت می‌کند.

نکته ۱: از آنجا که داروی PI دینامیک ویروس را تحت تأثیر قرار می‌دهد، نیاز به مدل دقیق‌تر و کامل‌تری از دینامیک ذرات ویروس آزاد برای استفاده از این نوع دارو است. به همین دلیل در بسیاری از تحقیقات، تنها داروی RTI به‌عنوان سیگنال کنترلی در نظر گرفته شده و از داروی PI صرف نظر می‌شود و به عبارت دیگر $u_p = 0$ است [۳۸]؛ در نتیجه، دینامیک عفونت HIV به صورت زیر بازنویسی می‌شود

و $\phi_{f, L_x, L_u}^T \in R^{L_x + L_u}$ معرف بردار شبه‌گرایان است. در این مقاله فرض می‌شود که $L_x = 0$ و $L_u = 1$ است و در نتیجه، دینامیک (۷) به صورت مدل دینامیکی فرم بسته زیر خلاصه می‌شود

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \phi_i(k)\Delta u(k), \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

که $\phi_i \in R$ و $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ معرف مشتق شبه‌جزئی است. به منظور شناسایی صحیح (۸)، پارامترهای مشتقات شبه‌جزئی باید به کمک یک الگوریتم تخمین پارامتر مناسب به طور لحظه‌ای تعیین شوند. برای این منظور، شاخص عملکرد زیر را در نظر بگیرید

$$J_{\phi, i} = |x_i(k) - x_i(k-1) - \phi_i(k)\Delta u(k-1)|^2 + \eta_i |\phi_i(k) - \hat{\phi}_i(k-1)|^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

که $\eta_i \in (0, 2]$ معرف نرخ همگرایی است. هدف از کمینه‌سازی رابطه فوق، تخمین صحیح مشتق شبه‌جزئی به گونه‌ای است که دینامیک (۸) رفتار دینامیک عفونت HIV را به درستی توصیف کند.

با فرض $\Delta \phi_i(k) = \phi_i(k) - \hat{\phi}_i(k-1)$ ، (۹) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$J_{\phi, i} = |x_i(k) - x_i(k-1) - (\phi_i(k-1) + \Delta \phi_i(k))\Delta u(k-1)|^2 + \eta_i |\Delta \phi_i(k)|^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر بسط داد

$$J_{\phi, i} = (\Delta x_i(k) - \phi_i(k-1)\Delta u(k-1))^2 - 2(\Delta x_i(k) - \phi_i(k-1)\Delta u(k-1))\Delta \phi_i(k)\Delta u(k-1) + (\eta_i + \Delta u^2(k-1))\Delta \phi_i^2(k) \quad (11)$$

با مشتق‌گیری از (۱۱) نسبت به نرخ تغییرات مشتقات شبه‌جزئی داریم

$$\Delta \phi_i(k) = \frac{(\Delta x_i(k) - \phi_i(k-1)\Delta u(k-1))\Delta u(k-1)}{\eta_i + \Delta u^2(k-1)} \quad (12)$$

پس الگوریتم تخمین مشتق شبه‌جزئی معرف رابطه بازگشتی زیر است

$$\hat{\phi}_i(k) = \frac{\gamma_i \Delta u(k-1)}{\eta_i + \Delta u(k-1)^2} (\Delta x_i(k) - \hat{\phi}_i(k-1)\Delta u(k-1)) + \hat{\phi}_i(k-1), \quad i = 1, 2, 3 \quad (13)$$

که γ_i ، $i = 1, 2, 3$ ثابت‌های مثبت هستند. در ادامه، طرح مسئله کنترل مد لغزشی بهینه مقید بر اساس مدل‌های خطی‌سازی شده دینامیکی (۸) بیان می‌شود.

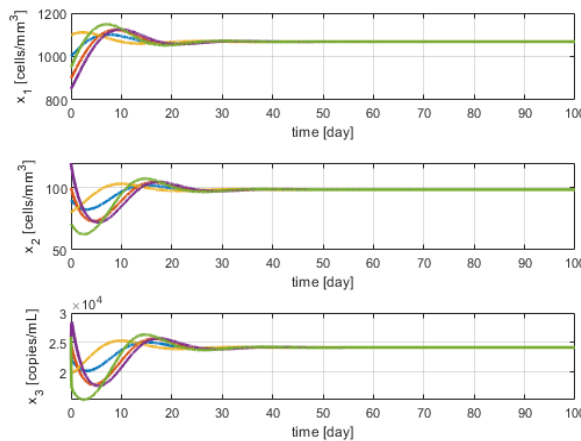
۳-۲ کنترل مد لغزشی بهینه مقید

کنترل مد لغزشی یکی از ابزارهای قدرتمند برای تحقق اهداف عملکردی به‌ویژه در حضور عدم قطعیت مدل و اغتشاشات خارجی است. هدف اصلی در این روش، هدایت متغیرهای حالت از هر شرایط اولیه به روی سطح لغزش و باقی‌ماندن بر روی آن است. این کار با تحقق شرط دسترسی که تضمین‌کننده پایداری حلقه بسته نیز است صورت می‌گیرد. ابتدا سطوح لغزش زیر را در نظر بگیرد

$$\sigma_i(k) = x_i(k) - x_{h,i}^*, \quad i = 1, 2, 3 \quad (14)$$

که در آن $x_{h,i}^*$ معرف مؤلفه‌های بردار نقطه تعادل سالم است. در ادامه، شروط دسترسی نمایی زمان گسسته به صورت زیر تعریف می‌شوند [۴۰]

$$\sigma_i(k+1) - \sigma_i(k) = -t_s \mu_{s,i} \sigma_i(k) - t_s \mu_{r,i} \text{sgn}(\sigma_i(k)) \quad (15)$$



شکل ۱: همگرایی متغیرهای حالت HIV به نقطه تعادل معیوب به ازای شرایط اولیه مختلف.

- تشکیل مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید
 - استخراج مدل دینامیکی و جبری شبکه عصبی بازگشتی تصویر
- رویکرد پیشنهادی مستقل از مدل ریاضیاتی عفونت HIV بوده و تنها بر اساس داده‌های ورودی و خروجی، تزریق بهینه دارو را تعیین می‌کند.

۳-۱ مدل‌های داده خطی‌سازی شده دینامیکی

یکی از رویکردهای قدرتمند برای توسعه مدل‌های مبتنی بر داده، کنترل تطبیقی مستقل از مدل است. این روش مبتنی بر استخراج مدل‌های داده خطی‌سازی دینامیکی بر اساس نرخ تغییرات لحظه‌ای ورودی و خروجی می‌باشد. پارامتر اساسی در این مدل‌ها مفهومی به نام مشتق شبه‌جزئی است که تخمین صحیح آن، اهمیت بالایی در توصیف صحیح رفتار یک سیستم دینامیکی دارد.

در حالت کلی، فرض می‌شود که دینامیک عفونت HIV را می‌توان به صورت یک سیستم غیرخطی چندخروجی-تک‌ورودی مجهول که وابسته به اطلاعات گذشته ورودی و خروجی است، توصیف کرد. به عبارت دیگر [۳۹]

$$x(k+1) = f(x(k), \dots, x(k-n_x), u(k), \dots, u(k-n_u)) \quad (5)$$

که در آن $x \in R^r$ و $u \in R$ به ترتیب بردار متغیرهای حالت و سیگنال کنترلی، n_x و n_u به ترتیب مرتبه‌های نامعلوم خروجی و ورودی و $f(\bullet): R^{n_x+n_u+r} \mapsto R^r$ یک تابع غیرخطی نامعلوم است.

فرض ۱: مشتق جزئی مؤلفه‌های بردار $f(\bullet)$ نسبت به متغیرهای حالت پیوسته است.

فرض ۲: مدل دینامیکی (۵) شرط لپشیتز^۱ تعمیم‌یافته زیر را برای $i = 1, 2, 3$ برقرار می‌کند

$$|x_i(k+1) - x_i(k_r+1)| \leq b \|H_{i, L_x, L_u}(k) - H_{i, L_x, L_u}(k_r)\| \quad (6)$$

و $H_{i, L_x, L_u}(k) = [x_i(k), \dots, x_i(k-L_x+1), u(k), \dots, u(k-L_u+1)]^T$ یک ثابت مثبت است و نیز دو متغیر L_x و L_u معرف شبه‌مرتبه‌های سیستم هستند.

با تعریف $\Delta H_{i, L_x, L_u}(k) = H_{i, L_x, L_u}(k) - H_{i, L_x, L_u}(k-1)$ و با فرض $\|\Delta H_{i, L_x, L_u}(k)\| \neq 0$ و $1 \leq L_x \leq n_x$ ، $1 \leq L_u \leq n_u$ را می‌توان به فرم مدل دینامیکی مرتبه کامل زیر تبدیل کرد [۳۹]

$$\Delta x_i(k+1) = \phi_{f, L_x, L_u}^T(k) \Delta H_{i, L_x, L_u}(k), \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

1. Lipschitz

$$J_u = \frac{1}{\gamma} w(k) \Delta u^T(k) + h(k) \Delta u(k) \quad (21)$$

از طرفی با توجه به اینکه سیگنال کنترلی بین صفر و یک است، کران بالا و پایین متغیر بهینه‌سازی به صورت زیر تعیین می‌شود

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \rightarrow u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \rightarrow \\ \cdot \leq \Delta u(k) + u(k-1) \leq 1 \rightarrow \\ -u(k-1) \leq \Delta u(k) \leq 1 - u(k-1) \end{aligned} \quad (22)$$

در نتیجه، شاخص عملکرد کنترلی مقید به صورت زیر قابل بیان است

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u} J_u = \frac{1}{\gamma} w(k) \Delta u^T(k) + h(k) \Delta u(k) \\ \text{s.t. } -u(k-1) \leq \Delta u(k) \leq 1 - u(k-1) \end{aligned} \quad (23)$$

رابطه (۲۲) برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید در فضای بسته $\Omega = \{\Delta u(k) | -u(k-1) \leq \Delta u(k) \leq 1 - u(k-1)\}$ است.

نکته ۳: مؤلفه وزنی $w(k)$ همواره مثبت معین و در نتیجه، متغیر بهینه‌سازی در (۲۲) متعلق به فضایی محدب است. به علاوه، تابع $h(k)$ که می‌تواند مقادیر مثبت و منفی را اختیار کند، تأثیری بر محدب بودن فضای بهینه‌سازی ندارد و موجب آفتست در جواب بهینه می‌شود.

باید یادآور شد که مسئله بهینه (۲۳) همواره از ناپایداری عددی اجتناب می‌کند و این به دلیل ضریب وزنی r است که باعث غیرصفر شدن $w(k)$ می‌شود. برای تعیین جواب بهینه (۲۳) از شبکه عصبی بازگشتی تصویر استفاده می‌گردد که در ادامه به آن اشاره شده است.

۳-۳ شبکه عصبی بازگشتی تصویر

برای حل عددی برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید (۲۳) از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلفی می‌توان استفاده کرد. عوامل زیادی در انتخاب یک بهینه‌ساز عددی دخالت دارند که از جمله آنها می‌توان به سرعت همگرایی بالا، قابلیت پیاده‌سازی زمان حقیقی و تضمین پایداری داخلی اشاره کرد. شبکه عصبی بازگشتی تصویر به‌عنوان ابزاری قدرتمند برای حل کلاس وسیعی از مسائل مختلف بهینه‌سازی مقید در طول دو دهه اخیر شناخته شده‌اند. آنها ساختار ساده‌ای دارند، به سهولت قابل پیاده‌سازی هستند، عموم آنها از تضمین همگرایی برخوردار بوده و سرعت بالایی در تعیین جواب بهینه دارند. مسئله مهم دیگر اینکه برخی از انواع این شبکه‌ها، ابزاری کنترل‌محور هستند که می‌توانند برای تحلیل پایداری حلقه بسته مورد استفاده قرار بگیرند. بر اساس (۲۴)، تابع هزینه و بردار نامساوی قیود به صورت زیر بیان می‌شوند

$$f(k) = \frac{1}{\gamma} w(k) \Delta u^T(k) + h(k) \Delta u(k) \quad (24)$$

$$\psi(k) = [\Delta u(k) + u(k-1) - 1 \quad \Delta u(k) - u(k-1)]^T$$

بر مبنای شرایط بهینگی 1 KKT، بردار $(\Delta u^*, \beta^*)$ جواب بهینه (۲۳) در فضای مقید Ω است، اگر و فقط اگر روابط زیر برآورده شوند [۴۱]

$$\begin{cases} \nabla f(\Delta u^*, k) + \nabla \Psi^T(\Delta u^*, k) \beta^*(k) = 0 \\ \beta^*(k) > 0 \\ \Psi(k) \leq 0 \end{cases} \quad (25)$$

که β معرف متغیر تصمیم‌گیری است و نقشی اساسی در برآورده شدن قیود کنترلی دارد. با استفاده از (۲۴)، (۲۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

که در آن t_s زمان نمونه‌برداری و $\mu_{r,i}$ و $\mu_{s,i}$ پارامترهای طراحی مثبت هستند. با جایگذاری (۱۴) در (۱۵) می‌توان نوشت

$$x_i(k+1) - x_i(k) = -\bar{\mu}_{r,i} \sigma_i(k) - \bar{\mu}_{s,i} \text{sgn}(\sigma_i(k)) \quad (16)$$

که در آن $\bar{\mu}_{r,i} = t_s \mu_{r,i}$ و $\bar{\mu}_{s,i} = t_s \mu_{s,i}$ هستند. از طرفی (۱۶) به کمک (۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\phi_i(k) \Delta u(k) = -\bar{\mu}_{r,i} \sigma_i(k) - \bar{\mu}_{s,i} \text{sgn}(\sigma_i(k)), \quad i = 1, 2, 3 \quad (17)$$

رابطه فوق در فرم بردار ماتریسی به صورت زیر خلاصه می‌شود

$$\Phi(k) \Delta u(k) = -\Gamma_r \sigma(k) - \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k)) \quad (18)$$

که در آن

$$\Phi(k) = [\phi_1(k) \quad \phi_2(k) \quad \phi_3(k)]^T$$

$$\Gamma_r = \text{diag}\{\bar{\mu}_{r,1} \quad \bar{\mu}_{r,2} \quad \bar{\mu}_{r,3}\}$$

$$\Gamma_s = \text{diag}\{\bar{\mu}_{s,1} \quad \bar{\mu}_{s,2} \quad \bar{\mu}_{s,3}\}$$

$$\sigma(k) = [\sigma_1(k) \quad \sigma_2(k) \quad \sigma_3(k)]^T$$

برای تحقق شرط دسترسی (۱۸) که مبتنی بر مدل خطی‌سازی شده دینامیکی است، شاخص عملکرد زیر تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} J_u = \frac{1}{\gamma} (\Phi(k) \Delta u(k) + \Gamma_r \sigma(k) + \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k)))^T \times Q \times \\ (\Phi(k) \Delta u(k) + \Gamma_r \sigma(k) + \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k))) + \frac{1}{\gamma} r \Delta u^T(k) \end{aligned} \quad (19)$$

که $Q = Q^T \in R^{3 \times 3}$ ماتریس وزنی مثبت معین دلخواه و متغیر r مؤلفه وزنی کنترلی است که نقشی اساسی در کنترل دامنه سیگنال کنترلی بر عهده دارد. با کمینه‌سازی رابطه فوق، دو هدف اصلی شامل برآورده شدن شرط دسترسی و حداقل هزینه کنترلی برآورده می‌شود. مطابق با (۸)، معادله دینامیکی خطی‌سازی برای هر متغیر حالت از مرتبه ۱ است و بدان معناست که با محاسبه تفاضلی هر متغیر حالت برای یک گام به جلو می‌توان سیگنال کنترلی را مشاهده کرد. به همین دلیل، سطوح لغزش در (۱۴) تابعی از متغیر حالت در لحظه فعلی هستند؛ به گونه‌ای که با محاسبه (۱۵) به سهولت می‌توان سیگنال کنترلی را در (۱۷) مشاهده کرد.

نکته ۲: متغیر بهینه‌سازی در شاخص عملکرد (۱۹)، نرخ تغییرات سیگنال کنترلی است که باید در یک فضای مقید تعیین شود. برای نیل به این هدف، اطلاعات لحظه‌ای سطوح لغزش به علاوه تخمین مشتقات شبه‌جزئی مورد نیاز است. با بسط (۱۹) خواهیم داشت

$$\begin{aligned} J_u = \frac{1}{\gamma} (\Phi^T(k) Q \Phi(k) + r) \Delta u^T(k) + \\ (\Gamma_r \sigma(k) + \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k)))^T Q \Phi(k) \Delta u(k) + \\ \frac{1}{\gamma} (\Gamma_r \sigma(k) + \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k)))^T \times Q \times \\ (\Gamma_r \sigma(k) + \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k))) \end{aligned} \quad (20)$$

ترم سوم (۲۰) وابستگی صریح به متغیر بهینه‌سازی ندارد و گرادیان آن نسبت به این متغیر صفر است. به علاوه، متناظر با تحقق شرط دسترسی، این ترم کمینه شده و در نتیجه با صرف نظر از ترم سوم (۲۰) و تعریف متغیرهای زیر

$$w(k) = \Phi^T(k) Q \Phi(k) + r$$

$$h(k) = (\Gamma_r \sigma(k) + \Gamma_s \text{sgn}(\sigma(k)))^T Q \Phi(k)$$

می‌توان نوشت

یک تابع هزینه مقید یا غیرمقید را می‌توان در قالب تابع انرژی هوفیلد نوشت. در نتیجه، همواره یک شبکه هوفیلد وجود دارد که نقاط تعادل آن نشان‌دهنده جواب‌های مسئله بهینه‌سازی مقید یا غیرمقید است. ساختار شبکه‌های PRNN نیز به‌گونه‌ای است که همگرایی به نقاط تعادل آنها متناظر با یافتن جواب بهینه مسئله بهینه‌سازی اولیه است. همچنین باید یادآور شد عملگر تصویر، نقش تابع فعال‌سازی را بر عهده داشته و متغیر حالت شبکه معرف متغیر تصمیم‌گیری برای برآورده کردن قیود است.

لم ۱: فرض کنید $\text{Pr}_\Omega(\cdot)$ معرف عملگر تصویر در (۳۱) باشد. در این صورت برای متغیر دلخواه $\alpha \in \Omega$ ، رابطه زیر بین جواب بهینه و متغیر تصمیم‌گیری بهینه برقرار است [۴۲]

$$(\text{Pr}_\Omega(\alpha) - \Delta u^*)z^* \geq 0 \quad (۳۶)$$

لم ۲: اگر $\Omega \in \mathbb{R}$ یک مجموعه محدب بسته باشد، نامساوی زیر برای دو متغیر دلخواه $\alpha_1, \alpha_2 \in \Omega$ برقرار است [۴۲]

$$(\text{Pr}_\Omega(\alpha_1) - \alpha_2)(\alpha_1 - \text{Pr}_\Omega(\alpha_2)) \geq 0 \quad (۳۷)$$

قضیه ۱: مدل دینامیکی PRNN در (۳۵) همگرایی مجانبی به نقطه تعادل خود است اگر شرط زیر بین نرخ همگرایی شبکه عصبی (γ_s) و مؤلفه وزنی CQP ($w(k)$) برقرار شود

$$\gamma_s \leq \frac{2}{1 + w^{-1}(k)}$$

اثبات: با توجه به اینکه پایدار مجانبی PRNN به معنی همگرایی دینامیک آن به نقطه تعادل خود است، تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید

$$v(k) = \frac{1}{2\gamma_s} (z(k) - z^*)^2 \quad (۳۸)$$

نرخ تغییرات تابع فوق برابر است با

$$v(k+1) - v(k) = \frac{1}{2\gamma_s} (z(k+1) - z^*)^2 - \frac{1}{2\gamma_s} (z(k) - z^*)^2 \quad (۳۹)$$

با جایگذاری (۳۵) در (۳۸) داریم

$$v(k+1) - v(k) = \frac{1}{2\gamma_s} \times (z(k) + \gamma_s (P_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k)) - z^*)^2 - \frac{1}{2\gamma_s} (z(k) - z^*)^2 \quad (۴۰)$$

با ساده‌سازی رابطه فوق می‌توان نوشت

$$v(k+1) - v(k) = (P_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))(z(k) - z^*) + \frac{\gamma_s}{2} (P_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))^2 \quad (۴۱)$$

ابتدا با تعریف متغیرهای $\alpha_1 := \Delta u(k) - z(k)$ و $\alpha_2 := \Delta u^*$ ، (۳۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$(\text{Pr}_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u^*) \times (\Delta u(k) - z(k) - \text{Pr}_\Omega(\Delta u(k) - z(k))) \geq 0 \quad (۴۲)$$

به کمک (۳۶) می‌توان نتیجه گرفت

$$(\text{Pr}_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u^*) \times (z^* + \Delta u(k) - z(k) - \text{Pr}_\Omega(\Delta u(k) - z(k))) \geq 0 \quad (۴۳)$$

رابطه فوق را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$w(k)\Delta u^* + h(k) + [1 \quad -1]\beta^* = 0 \quad (۲۶)$$

با تعریف متغیر $z^* = [-1 \quad 1]\beta^*$ می‌توان نوشت

$$w(k)\Delta u^* + h(k) - z^* = 0 \quad (۲۷)$$

با توجه به نقش متغیر تصمیم‌گیری در فعال‌سازی قیود می‌توان نشان داد که رابطه زیر بین جواب بهینه Δu^* و متغیر z^* برقرار است [۳۸]

$$\begin{cases} \Delta u^* = \Delta u_{\min} & \text{if } z^* < 0 \\ \Delta u_{\min} \leq \Delta u^* \leq \Delta u_{\max} & \text{if } z^* = 0 \\ \Delta u^* = \Delta u_{\max} & \text{if } z^* > 0 \end{cases} \quad (۲۸)$$

با تعریف عملگر تصویر زیر برای عددی دلخواه $\alpha \in [a, b] \in \Omega$

$$P_\Omega(\alpha) = \begin{cases} a & , \alpha < a \\ \alpha & , a \leq \alpha \leq b \\ b & , \alpha > b \end{cases} \quad (۲۹)$$

رابطه (۲۸) را می‌توان بر مبنای رابطه تصویر زیر توصیف کرد

$$P_\Omega(\Delta u^* - z^*) = \Delta u^* \quad (۳۰)$$

هدف عملگر تصویر $P_\Omega(\cdot): \mathbb{R} \rightarrow \Omega$ یافتن برداری در فضای مقید Ω است که نزدیک‌ترین فاصله را با جواب بهینه داشته باشد.

لم ۱: Δu^* جواب بهینه مسئله CQP در (۲۳) است اگر و فقط اگر در رابطه تصویر زیر صدق کند [۴۱]

$$P_\Omega(\Delta u^* - \zeta \nabla f(\Delta u^*)) = \Delta u^* \quad (۳۱)$$

که در آن $\zeta > 0$ معرف ثابتی دلخواه است. با توجه به (۲۷) و لم ۱ می‌توان نتیجه گرفت که Δu^* جواب بهینه (۳۰) نیز می‌باشد. حال معادله دینامیکی زیر را در نظر بگیرید

$$\gamma_s \frac{dz(t)}{dt} = P_\Omega(\Delta u(t) - z(t)) - \Delta u(t) \quad (۳۲)$$

که $\gamma_s > 0$ معرف نرخ همگرایی است. چنانچه دینامیک (۳۲) پایدار مجانبی باشد (یعنی به نقطه تعادل خود همگرا شود)، در این صورت رابطه سمت آن به مبدأ همگرا می‌گردد که بدان معناست که همگرایی مجانبی (۳۲) متناظر با برقراری (۳۱) است. به عبارت دیگر، جواب بهینه CQP با تضمین پایداری مجانبی دینامیک (۳۲) حاصل می‌شود. با توجه به آنکه فرمول‌بندی الگوریتم پیشنهادی در فضای زمان گسسته انجام گرفته است، دینامیک (۳۲) در فرم زمان گسسته زیر می‌تواند توصیف شود

$$z(k+1) = z(k) + \gamma_s (P_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k)) \quad (۳۳)$$

که در آن $\gamma_s = t_s / \gamma$ است. از طرفی با استفاده از (۲۷)، جواب بهینه کنترلی به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Delta u(k) = \frac{1}{w(k)} (z(k) - h(k)) \quad (۳۴)$$

در نتیجه، مدل دینامیکی و جبری شبکه عصبی بازگشتی تصویر به صورت زیر قابل بیان است

$$\begin{cases} z(k+1) = z(k) + \gamma_s (P_\Omega(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k)) \\ \Delta u(k) = \frac{1}{w(k)} (z(k) - h(k)) \end{cases} \quad (۳۵)$$

نکته ۴: دلیل اصلی نام‌گذاری معادلات فوق به PRNN این است که ایده اصلی توسعه آنها برگرفته از شبکه عصبی هوفیلد می‌باشد که در آن،

جبری PRNN در (۳۵) به صورت زیر به دست می آید

$$x(k+1) = x(k) + \frac{\Phi(k)}{w(k)}(z(k) - h(k)) \quad (51)$$

که $\Phi(k) = [\phi_1(k) \ \phi_2(k) \ \phi_3(k)]^T$ با استفاده از $h(k)$ در (۲۰) می توان نوشت

$$x(k+1) = x(k) + \frac{\Phi(k)}{w(k)}(z(k) - (\Gamma_1 \sigma(k) + \Gamma_2 \operatorname{sgn}(\sigma(k))))^T Q \Phi(k) \quad (52)$$

با توجه به (۱۴) می توان نوشت

$$x(k+1) = (I - \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_1}{w(k)})x(k) + \frac{\Phi(k)}{w(k)}z(k) + \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T}{w(k)}\Gamma_2 X_h^* - \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T}{w(k)}\Gamma_2 \operatorname{sgn}(\sigma(k)) \quad (53)$$

که X_h^* بردار نقطه تعادل سالم است؛ بنابراین دینامیک داخلی حلقه بسته پایدار مجانبی است اگر قدر مطلق مقادیر ویژه ماتریس حلقه بسته زیر کمتر از یک شوند

$$\left| \lambda_{\max} \left(I - \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_1}{w(k)} \right) \right| < 1 \quad (54)$$

که $\lambda_{\max}(\bullet)$ معرف بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس و I معرف ماتریس واحد است.

نکته ۳: علاوه بر دینامیک داخلی (۵۳)، سه ترم دیگر نیز وجود دارند که باید بررسی شوند. از آنجا که همگرایی مجانبی PRNN ثابت شده است، ترم وابسته به متغیر حالت PRNN به طور مجانبی پایدار است. ترم وابسته به بردار نقطه تعادل سالم در شرایط حالت دائم مورد بررسی قرار می گیرد و نهایتاً از ترم وابسته عملگر کلیدزنی برای بهبود قوام حلقه بسته استفاده می شود.

برای یک ماتریس دلخواه A ، رابطه زیر بین بزرگترین مقدار ویژه آن $(\lambda_{\max}(A))$ ، کوچکترین مقدار تکین آن $(\sigma_{\min}(A))$ و بزرگترین مقدار تکین آن $(\sigma_{\max}(A))$ برقرار است [۴۳]

$$0 \leq \sigma_{\min}(A) \leq |\lambda_{\max}(A)| \leq \sigma_{\max}(A) \quad (55)$$

بنابراین (۵۴) به صورت زیر بازنویسی می شود

$$\sigma_{\max} \left(I - \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_1}{w(k)} \right) < 1 \quad (56)$$

به کمک رابطه زیر

$$\sigma_{\max}(A) = \frac{1}{\sigma_{\min}(A^{-1})} \quad (57)$$

می توان نوشت

$$\sigma_{\min} \left(I - \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_1}{w(k)} \right)^{-1} > 1 \quad (58)$$

با تعریف ماتریس $G = \Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_1/w(k)$ به صورت زیر ساده می شود

$$\sigma_{\min}(I - G)^{-1} > 1 \quad (59)$$

رابطه زیر برای یک ماتریس دلخواه G برقرار است [۴۴]

$$(\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u^* + \Delta u(k) - \Delta u(k)) \times (z(k) - z^* + \operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k)) \leq 0 \quad (44)$$

رابطه (۴۴) به صورت زیر بسط می یابد

$$\begin{aligned} & (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))(z(k) - z^*) + \\ & (\Delta u(k) - \Delta u^*)(z(k) - z^*) + \\ & (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))^2 + \\ & (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))(\Delta u(k) - \Delta u^*) \leq 0 \end{aligned} \quad (45)$$

بر اساس (۳۴) می توان رابطه زیر را نتیجه گرفت

$$\Delta u(k) - \Delta u^* = w^{-1}(k)(z(k) - z^*) \quad (46)$$

به کمک (۴۶)، (۴۵) را می توان به صورت زیر خلاصه کرد

$$(1 + w^{-1}(k))(\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))(z(k) - z^*) + (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))^2 \leq -w^{-1}(k)(z(k) - z^*)^2 \quad (47)$$

با کمی تغییرات در (۴۷) می توان نوشت

$$\begin{aligned} & (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))(z(k) - z^*) + \\ & \frac{\gamma_s}{\gamma} (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))^2 \leq \\ & - \frac{w^{-1}(k)}{1 + w^{-1}(k)} (z(k) - z^*)^2 - \\ & \left(\frac{1}{1 + w^{-1}(k)} - \frac{\gamma_s}{\gamma} \right) (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))^2 \end{aligned} \quad (48)$$

چنانچه رابطه زیر برقرار شود

$$\frac{1}{1 + w^{-1}(k)} - \frac{\gamma_s}{\gamma} \geq 0 \quad (49)$$

تساوی زیر را می توان نتیجه گرفت

$$\begin{aligned} & (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))(z(k) - z^*) + \\ & \frac{\gamma_s}{\gamma} (\operatorname{Pr}_{\Omega}(\Delta u(k) - z(k)) - \Delta u(k))^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (50)$$

و به این معناست که $v(k+1) - v(k) \leq 0$ ؛ بنابراین PRNN با برقراری شرط (۴۹) همگرایی مجانبی به نقطه تعادل خود است. رابطه (۴۹) نشان می دهد که با انتخاب مقادیر نسبتاً کوچک برای نرخ همگرایی PRNN می توان همگرایی مجانبی آن را تضمین کرد. به علاوه باید یادآور شد که متناظر با همگرایی متغیر حالت شبکه عصبی به نقطه تعادل خود، خروجی معادله جبری آن یعنی نرخ تغییرات سیگنال کنترلی نیز به مقدار بهینه خود متمایل می شود. در ادامه، شرایط پایداری حلقه بسته الگوریتم کنترلی پیشنهادی به کمک رویکرد مقدار تکین برای یک سیستم دینامیکی زمان-گسسته مورد بررسی قرار می گیرد.

قضیه ۲: دینامیک عفونت HIV در قالب یک سیستم حلقه بسته با مدل دینامیکی فرم بسته (۸) و معادلات دینامیکی و جبری PRNN در (۳۵) پایدار داخلی است اگر و فقط اگر شرط زیر بین پارامترهای طراحی برقرار شود

$$q\bar{\mu}_1 < \frac{\gamma}{\sigma_{\min} \left(\frac{\Phi(k)\Phi^T(k)}{r + q\Phi^T(k)\Phi(k)} \right)}$$

اثبات: با در نظر گرفتن $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ ، دینامیک حلقه بسته عفونت HIV با تلفیق مدل های دینامیکی خطی سازی به فرم بسته (۸) و معادله

$$\frac{q\Phi(k)\Phi^T(k)}{r+q\Phi(k)\Phi^T(k)}\Gamma_r = d \quad (68)$$

با فرض معلوم بودن کران بالای مؤلفه‌های عدم قطعیت مدل داریم

$$\Gamma_r = \frac{r+q\Phi(k)\Phi^T(k)}{q}(\Phi(k)\Phi^T(k))^{-1}\Delta \quad (69)$$

که در آن $|d| \leq \Delta$ و Δ کران بالای عدم قطعیت است. با فرض همگرایی مجانبی متغیر حالت شبکه عصبی، معادله حلقه بسته (۵۳) در شرایط حالت دائم به صورت زیر بیان می‌شود

$$\frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_r}{w(k)}x_{ss} = \frac{\Phi(k)\Phi^T(k)Q^T}{w(k)}\Gamma_r X_h^* \quad (70)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی بدون هیچ شرایط خاصی روی پارامترهای طراحی، قادر به حذف خطای حالت و همگرایی متغیرهای حالت به نقطه تعادل سالم می‌شود.

در الگوریتم پیشنهادی، تعیین پارامترهای کنترلی با تحقق شرط پایداری داخلی سیستم حلقه بسته یعنی (۵۴) انجام می‌شود و بدان معناست که نیازی به اثبات پایداری حلقه بسته به شیوه دیگر (مثلاً تعریف تابع لیاپانوف جدید) نیست. همگرایی مجانبی شبکه عصبی نیز به عنوان یکی از اجزای اصلی سیستم کنترلی اثبات گردید.

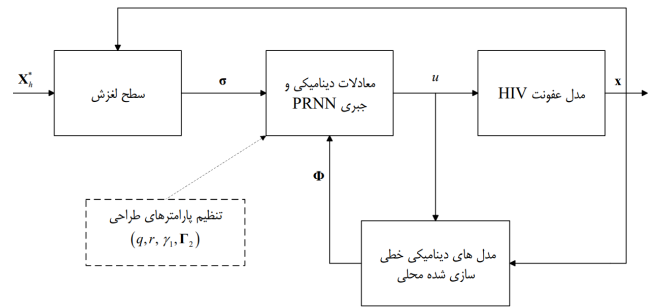
بلوک دیاگرام الگوریتم کنترلی پیشنهادی در شکل ۲ آمده که در آن، بلوک مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی فرم بسته، نقش تعیین بردار مشتقات شبه جزئی را بر عهده دارند. به کمک سطح لغزش، تخمین لحظه‌ای مشتقات شبه جزئی و تنظیم صحیح پارامترهای طراحی، قانون کنترل بهینه مقید بر اساس معادلات دینامیکی و جبری PRNN تعیین می‌شود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد الگوریتم پیشنهادی در هدایت متغیرهای حالت دینامیک HIV به سمت نقطه تعادل سالم از دیدگاه‌هایی چون رفتار گذرا و حالت دائم، دامنه تغییرات سیگنال کنترلی و مواجهه با اثرات عدم قطعیت مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همان طور که از تحلیل رفتار حلقه باز سیستم می‌توان دریافت در شرایط ورودی صفر، متغیرهای حالت تمایل به همگرایی به نقطه تعادل عفونت دارند و در نتیجه فرض می‌گردد که مقادیر حالت دائم دینامیک HIV در شرایط ورودی صفر $x(0) = [1.068 \quad 98.57 \quad 24.92]$ به عنوان شرایط اولیه در برنامه کنترلی حلقه بسته هستند. در ابتدا عملکرد نامی مورد بررسی قرار می‌گیرد و پارامترهای طراحی برای جبران‌سازی عفونت HIV در شرایط نامی به صورت زیر انتخاب شده‌اند

$$\begin{aligned} q &= 2.0 \\ r &= 1.0^{-4} \\ \bar{\mu}_1 &= 0.05 \\ \Gamma_r &= 0.1 \times I_{r \times r} \\ \gamma_s &= 0.1 \\ \gamma_{1,2,3} &= 0.3 \\ \eta_{1,2,3} &= 0.2 \end{aligned}$$

همان طور که از شکل ۳ می‌توان دریافت، پاسخ‌های حلقه بسته به طور مجانبی به سمت نقطه تعادل سالم هدایت شده‌اند. غلظت سلول‌های سالم بعد از گذشت حدود ۲۵ روز به بیشینه مقدار خود همگرا شده است؛ در حالی که دو متغیر دیگر یعنی غلظت سلول‌های معیوب و ذرات ویروس



شکل ۲: بلوک دیاگرام کنترل مد لغزشی مستخرج از داده مبتنی بر شبکه عصبی بازگشتی تصویر.

$$(I-G)^{-1} = I + G + G^2 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} G^i \quad (60)$$

بنابراین خواهیم داشت

$$\sigma_{\min}(I + G + G^2 + \dots) > 1 \quad (61)$$

با توجه به رابطه زیر برای دو ماتریس دلخواه A و B

$$\sigma_{\min}(A) - \sigma_{\max}(B) \leq \sigma_{\min}(A \pm B) \leq \sigma_{\min}(A) + \sigma_{\max}(B) \quad (62)$$

رابطه (۶۱) به صورت زیر قابل بیان است

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(G + G^2 + \dots) - \sigma_{\max}(I) &> 1 \rightarrow \\ \sigma_{\min}(G + G^2 + \dots) &> 2 \end{aligned} \quad (63)$$

به کمک رابطه زیر برای دو ماتریس دلخواه A و B

$$\sigma_{\min}(AB) \geq \sigma_{\min}(A)\sigma_{\min}(B) \quad (64)$$

رابطه (۶۱) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\sigma_{\min}(I + G + G^2 + \dots) > \frac{2}{\sigma_{\min}(G)} \quad (65)$$

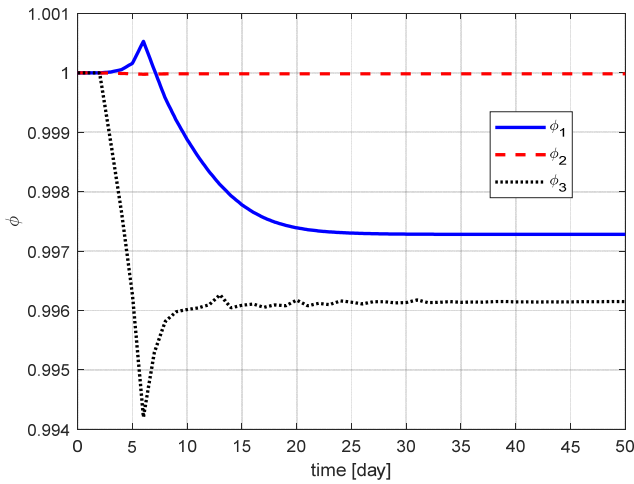
بر اساس ارتباط بین (۶۱) و (۶۵) می‌توان نتیجه‌گیری کرد که

$$\frac{2}{\sigma_{\min}(G)} > 1 \quad (66)$$

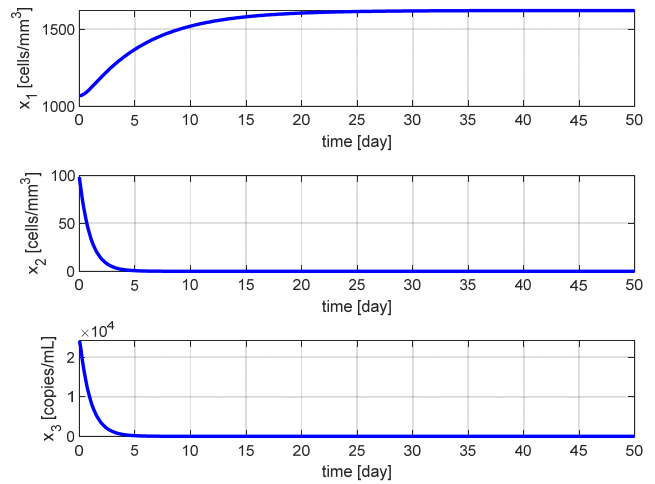
با جایگذاری $G = \Phi(k)\Phi^T(k)Q^T\Gamma_r/w(k)$ در (۶۶) و در نظر گرفتن $Q = qI_{r \times r}$ خواهیم داشت

$$q\bar{\mu}_1 < \frac{2}{\sigma_{\min}\left(\frac{\Phi(k)\Phi^T(k)}{r+q\Phi^T(k)\Phi(k)}\right)} \quad (67)$$

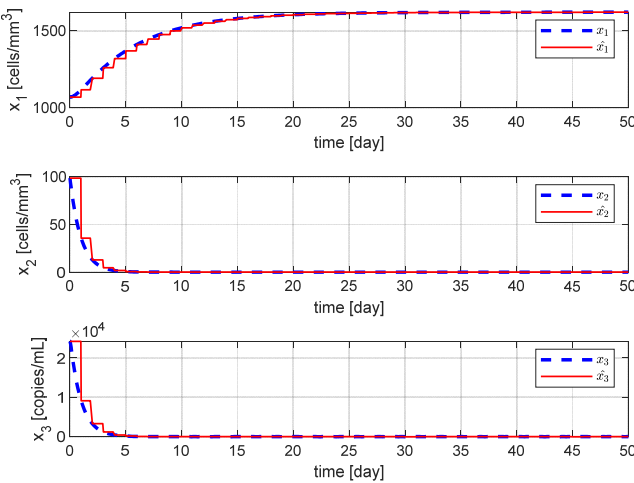
که در آن q یک متغیر اسکالر مثبت است. رابطه فوق نشان می‌دهد که پارامترهای طراحی برای تضمین پایداری داخلی، وابسته به مقدار لحظه‌ای بردار مشتقات شبه جزئی وابسته هستند. به علاوه چنانچه r به اندازه کافی کوچک انتخاب شود، می‌توان نتیجه گرفت شرط پایداری حلقه بسته آن است که $\bar{\mu}_1 < 2\Phi^T(k)\Phi(k)/\sigma_{\min}(\Phi(k)\Phi^T(k))$ عبارت دیگر، مؤلفه وزنی شاخص عملکرد q نقش چندانی در تضمین پایداری داخلی عفونت HIV بر اساس مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی فرم بسته ندارد. همان طور که از معادله حلقه بسته (۵۳) می‌توان دریافت، ترم کلیدزنی با هدف مواجهه با اثرات عدم قطعیت در نظر گرفته شده و بر این اساس، اگر فرض شود که عدم قطعیت مدل با بردار $d \in R^{r \times 1}$ توصیف گردد، در این صورت می‌توان رابطه زیر را برای جبران‌سازی اثرات عدم قطعیت در نظر گرفت



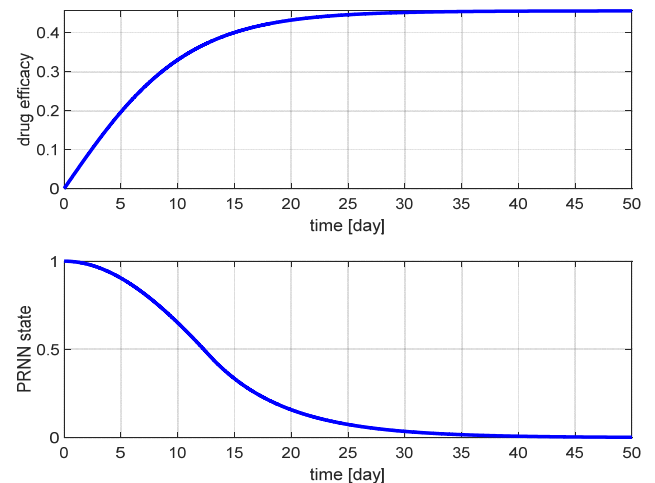
شکل ۶: تغییر مشتقات شبه‌جزئی در برنامه کنترلی پیشنهادی.



شکل ۳: پاسخ حلقه بسته عفونت HIV در شرایط نامی.



شکل ۷: تخمین متغیرهای حالت دینامیک HIV به کمک مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی محلی.



شکل ۴: میزان تزریق بهینه دارو در شرایط نامی.

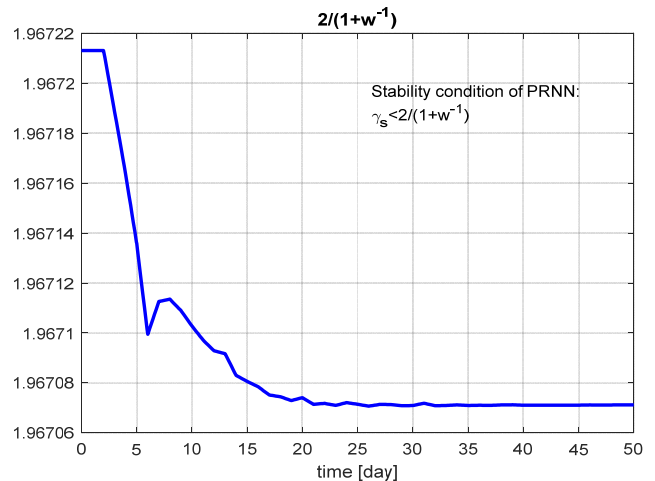
میل نموده است. این نشان می‌دهد که الگوریتم کنترلی قادر به تعیین مقدار بهینه کنترلی با وجود محدودیت از پیش تعیین شده است. از طرفی متغیر حالت شبکه عصبی PRNN در این شکل به‌طور مجانبی به مقدار صفر همگرا شده که دلالت بر پایداری بهینه‌ساز عددی توسعه‌یافته در این مقاله دارد. با توجه به قضیه ۱، شرط پایداری PRNN تحقق رابطه $\gamma_s \leq 2/(1+w^{-1}(k))$ است. شکل ۵ معرف کران بالای نرخ همگرایی PRNN است که نشان می‌دهد این پارامتر باید مقادیری کمتر از ۲ را اختیار کند. یکی از مهم‌ترین پارامترهای الگوریتم کنترلی پیشنهادی، مشتقات شبه‌جزئی به‌عنوان متغیرهای وابسته به زمان هستند. الگوریتم کنترلی تنها به کمک این پارامترهای تطبیقی و بدون نیاز به معادلات ریاضی عفونت HIV قادر به تحقق اهداف عملکردی است.

تغییرات مشتقات شبه‌جزئی در شکل ۶ با شرایط اولیه $\Phi(0) = [1, 1, 1]^T$ مشاهده می‌شود که وابسته به تغییرات متغیرهای حالت دینامیک HIV به مقادیر حالت دائم مختلف همگرا شده‌اند.

نحوه تغییرات این پارامترهای طراحی باید به‌گونه‌ای باشد که مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی شده محلی بتوانند رفتار دینامیک سیستم را به‌درستی دنبال نمایند. برای بررسی این مسئله، تخمین متغیرهای حالت دینامیک HIV را بر اساس (۸) به‌صورت زیر در نظر بگیرید

$$\hat{x}_i(k+1) = \hat{x}_i(k) + \phi_i(k)\Delta u(k), \quad i = 1, 2, 3 \quad (71)$$

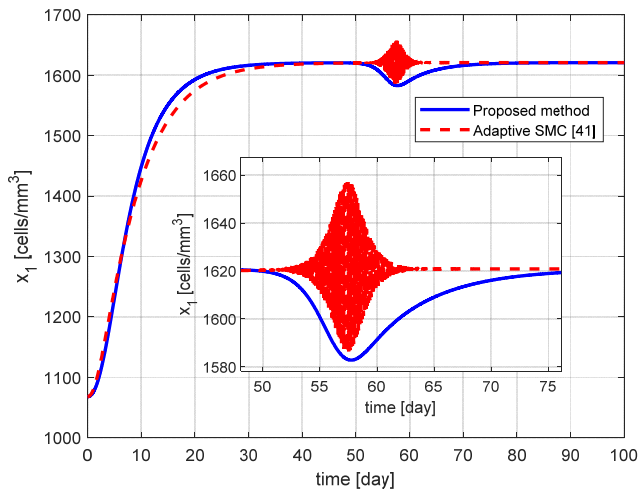
شکل ۷ نشان می‌دهد که مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی محلی با دقت



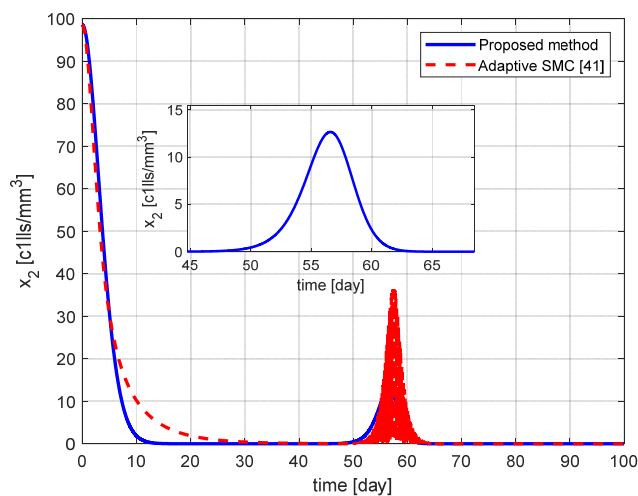
شکل ۵: کران بالای نرخ همگرایی PRNN.

آزاد کمتر از ۱۰ روز به کمینه مقدار خود همگرا شده‌اند. در واقع، زمان نشست غلظت سلول‌های سالم به‌مراتب بیشتر از دو متغیر دیگر می‌باشد و بیانگر این است که دینامیک HIV ماهیتاً دارای دو دینامیک کند و سریع است. از طرفی، فراجش یا فروجش نامطلوبی در پاسخ‌های مورد نظر دیده نمی‌شود و دقت عملکرد الگوریتم کنترلی در شرایط حالت دائم مطلوب است.

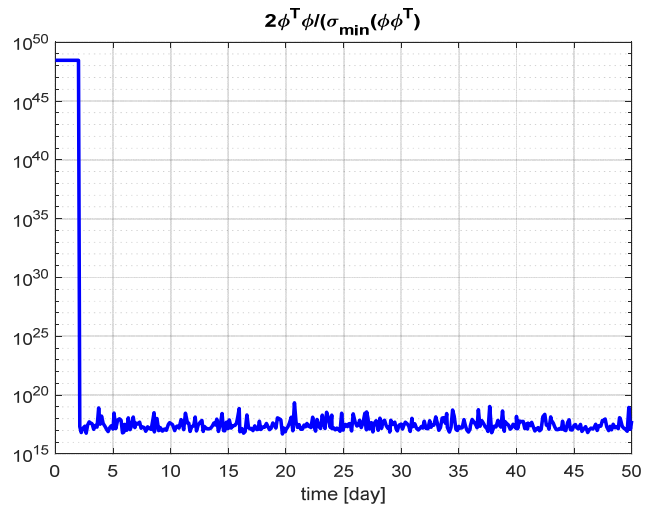
با توجه به شکل ۴، سیگنال کنترلی یعنی میزان تزریق مؤثر دارو با گذشت زمان از مقدار اولیه صفر به مقدار حالت دائم حدود ۰/۴۵



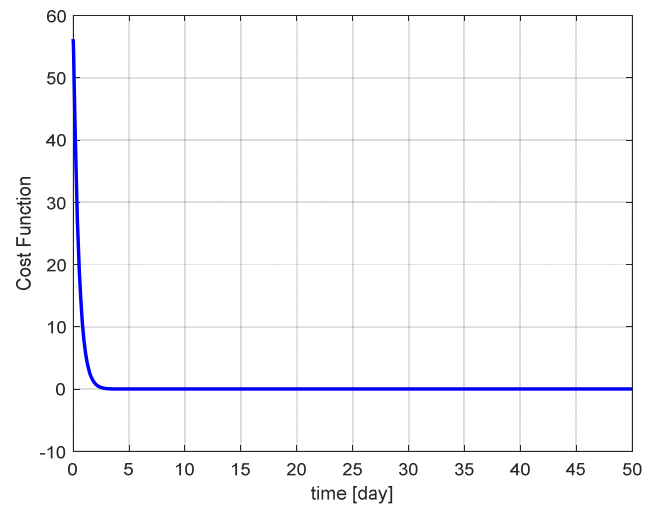
شکل ۱۰: پاسخ غلظت سلول‌های سالم در الگوریتم پیشنهادی و روش ASMC [۴۵] در حضور عدم قطعیت.



شکل ۱۱: پاسخ غلظت سلول‌های معیوب در الگوریتم پیشنهادی و روش ASMC [۴۵] در حضور عدم قطعیت.



شکل ۸: کران بالای ضرایب وزنی شروط دسترسی.



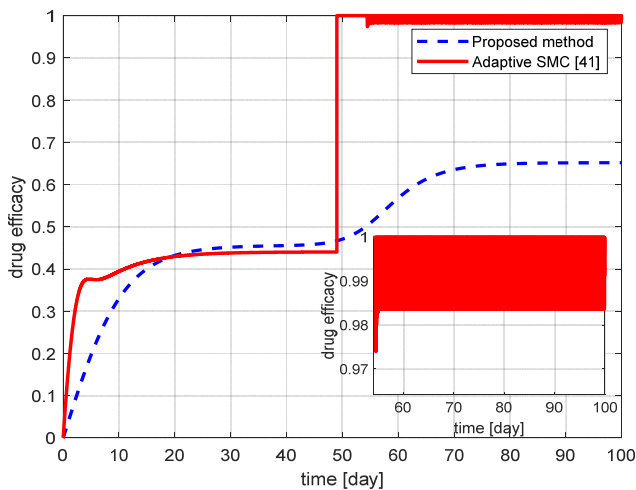
شکل ۹: تابع هزینه معرف مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید (۲۳).

در ادامه این بخش، مسئله قوام حلقه بسته با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری در متغیر β مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بر این اساس، فرض می‌شود که این متغیر از روز پنجاهم به بعد به مقدار 0.000035 کاهش می‌یابد. به علاوه، نتایج شبیه‌سازی برای اعتبارسنجی بهتر الگوریتم پیشنهادی با کنترل مد لغزشی تطبیقی (ASMC) ارائه شده در [۴۵] مقایسه می‌گردد. همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود با بروز عدم قطعیت، غلظت سلول‌های سالم با فروجهشی گذرا همراه می‌گردد و بعد از حدود ۲۰ روز دوباره به بیشینه مقدار خود همگرا می‌شود. این نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی به‌خوبی قادر به حفظ عملکرد کنترلی در حضور عدم قطعیت است و می‌تواند در مدت زمان نسبتاً مطلوبی، اثرات عدم قطعیت را جبران کند. از طرفی رفتار این متغیر برای ASMC با افت عملکرد شدیدی در هنگام بروز عدم قطعیت همراه است. پاسخ گذرای هر دو الگوریتم کنترلی تا حد زیادی با یکدیگر مشابه می‌باشد. با وجود تغییرات شدید متغیر مذکور، سرعت جبران‌سازی روش ASMC تا حدی بیشتر از الگوریتم پیشنهادی است.

نتایج مشابهی در مورد غلظت سلول‌های معیوب در شکل ۱۱ و مقدار ویروس‌های آزاد در شکل ۱۲ برای الگوریتم پیشنهادی در قیاس با روش ASMC مشاهده می‌شود. می‌توان دریافت که در هر دو مورد، الگوریتم پیشنهادی از سرعت پاسخ گذرای بهتری برخوردار است.

عملکرد خوبی قادر به ردیابی رفتار متغیرهای حالت دینامیک HIV هستند. این مسئله از اهمیت بالایی در طراحی قوانین کنترل مستخرج از داده برخوردار است؛ زیرا عملکرد سیستم کنترلی کاملاً وابسته به دقت عملکرد حلقه تخمین مشتقات شبه‌جزئی و توصیف صحیح دینامیک HIV بر اساس مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی محلی است.

مسئله مهم دیگری که در این بخش باید به آن اشاره شود، تضمین پایداری حلقه بسته با توجه به شرط (۶۷) است. پارامترهای تأثیرگذار در تضمین پایداری، ضرایب وزنی سطوح لغزش در شرط لغزشی نمایی زمان گسسته هستند و کران بالای این پارامترها وابسته به مقدار لحظه‌ای مشتقات شبه‌جزئی است. شکل ۸ نشان می‌دهد که تغییرات کران بالای مقادیر $\mu_{\lambda_i}, i=1,2,3$ ، بسیار بزرگی اختیار کرده و لذا محدودیتی برای این پارامترهای طراحی وجود ندارد. دلیل اصلی این دامنه تغییرات بزرگ آن است که مقادیر لحظه‌ای مشتقات شبه‌جزئی به هم نزدیک بوده و این باعث می‌شود که کوچک‌ترین مقدار تکین ماتریس $\Phi\Phi^T$ خیلی نزدیک به صفر گردد؛ لذا کران بالای ضرایب وزنی شروط دسترسی خیلی بزرگ می‌شوند. این نشان می‌دهد چنانچه مقدار اولیه مشتقات جزئی برابر یا نزدیک به هم انتخاب شوند، پایداری حلقه بسته به سهولت تضمین می‌شود. به علاوه، شکل ۹ همگرایی تابع هزینه ارائه شده در (۲۳) به مبدأ را نشان می‌دهد و این بیانگر کیفیت عملکرد بالای الگوریتم پیشنهادی در کمینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید است.



شکل ۱۳: سیگنال کنترلی در الگوریتم پیشنهادی و روش ASMC [۴۵] در حضور عدم قطعیت.

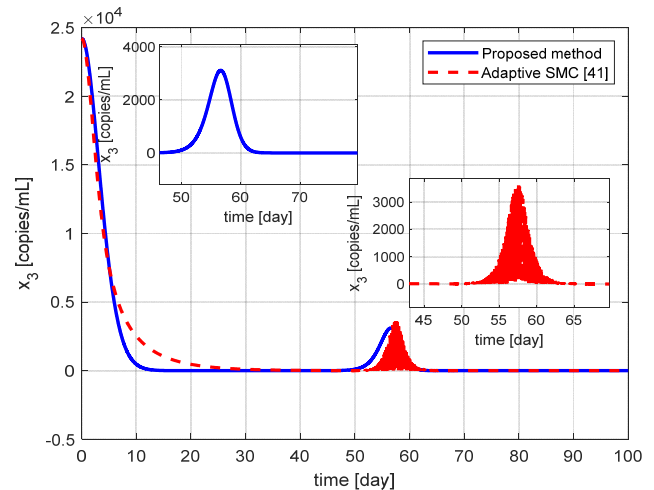
روش پیشنهادی قادر به دفع اثر اغتشاش در بازه زمانی مناسب بوده و اثرات چترینگ در خروجی مدل وجود ندارد. نتایج شبیه‌سازی از دیدگاه زمان نشست، چترینگ خروجی‌های مدل، فراجش، زمان جبران‌سازی اثر عدم قطعیت، اشباع و چترینگ سیگنال کنترلی دلالت بر کیفیت بالای الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با رویکرد ارائه‌شده در [۴۵] دارد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتم کنترل مستخرج از داده با ترکیب کنترل مد لغزشی بهینه مقید و شبکه عصبی بازگشتی تصویر برای جبران‌سازی عفونت HIV توسعه یافت. به کمک مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی محلی که وابسته به تخمین لحظه‌ای مشتقات شبه‌جزئی است، نیازی به آگاهی از معادلات ریاضی دینامیک HIV نیست و تنها به کمک داده‌های ورودی و خروجی می‌توان اهداف کنترلی را تحقق بخشید. به‌منظور تعیین میزان تزریق دارو در محدوده صفر و یک، مسئله برنامه‌ریزی مرتبه دو مقید بر اساس مدل‌های دینامیکی خطی‌سازی محلی تشکیل شد؛ به‌طوری که سیگنال کنترلی بهینه با کمینه‌سازی آن به‌دست می‌آید. از طرفی، شاخص عملکرد بر اساس برآورده شدن شروط دسترسی نمایی زمان گسسته تعریف شد تا بتوان قوام حلقه بسته را بهبود بخشید. شبکه عصبی بازگشتی تصویر، نقش بهینه‌ساز عددی را برای تعیین قانون کنترل بهینه مقید بر عهده داشت. نتایج شبیه‌سازی نشان دادند که الگوریتم پیشنهادی در شرایط نامی قادر به هدایت متغیرهای حالت HIV به نقطه تعادل سالم با سرعت گذرا و دقت حالت دائم مطلوب است. الگوریتم پیشنهادی از سرعت همگرایی بالا، ساختار ساده و کیفیت بالایی در تحقق اهداف عملکردی برخوردار است. روش پیشنهادی در قیاس با الگوریتم کنترل مد لغزشی تطبیقی، عملکرد حلقه بسته خیلی بهتری را در حضور عدم قطعیت پارامتری دارد. به‌علاوه، دامنه سیگنال کنترلی در روش پیشنهادی با یکنواختی مطلوبی همراه بوده، همواره در محدوده صفر و یک می‌باشد و از نواحی بحرانی اجتناب کرده است.

مراجع

- [1] R. V. Culshaw, S. Ruan, and R. J. Spiteri, "Optimal HIV treatment by maximising immune response," *J. of Mathematical Biology*, vol. 48, no. 5, pp. 545-562, 2004.
- [2] D. Y. Lu, H. Y. Wu, N. S. Yarla, B. Xu, J. Ding, and T. R. Lu, "HAART in HIV/AIDS treatments: future trends," *Infectious Disorders-Drug Targets*, vol. 18, no. 1, pp. 15-22, 2018.



شکل ۱۴: پاسخ ذرات ویروس‌های آزاد در الگوریتم پیشنهادی و روش ASMC [۴۵] در حضور عدم قطعیت.

جدول ۲: مقایسه کمی روش پیشنهادی و الگوریتم ASMC [۴۵].

ویژگی	روش پیشنهادی	الگوریتم ASMC [۴۵]
زمان نشست	۱۰ روز	۳۰ روز
فراجش بعد از بروز عدم قطعیت	۱۳٪	۳۶٪
زمان جبران‌سازی عدم قطعیت	۲۵ روز برای متغیر نخست	۱۵ روز برای متغیر نخست
	۱۵ روز برای متغیر دوم	۱۵ روز برای متغیر دوم
	۱۲ روز برای متغیر سوم	۱۵ روز برای متغیر سوم
چترینگ در خروجی ناشی از عدم قطعیت	ندارد	دارد
اشباع سیگنال کنترلی	ندارد	دارد
چترینگ در سیگنال کنترلی	ندارد	دارد

دامنه تغییرات متغیرهای مذکور در روش ASMC خیلی شدیدتر از الگوریتم پیشنهادی است. سرعت جبران‌سازی الگوریتم پیشنهادی برای دفع اثرات عدم قطعیت حدود ۱۰ روز است که تقریباً مشابه با روش ASMC می‌باشد. دامنه تغییرات سیگنال کنترلی در شکل ۱۳ بیانگر این مطلب است که الگوریتم پیشنهادی به دلیل تعیین قوانین کنترلی با کمینه‌سازی یک شاخص عملکرد بهینه مقید، حتی در حضور عدم قطعیت نیز مقادیر بین صفر و یک را اختیار کرده است. به‌علاوه، سیگنال مذکور از یکنواختی مطلوبی برخوردار بوده و از نواحی بحرانی اجتناب کرده است. در حالی که سیگنال کنترلی در روش ASMC با بروز عدم قطعیت به مقادیر نزدیک یک نزدیک شده و با تغییرات شدیدی همراه است. بنابراین رویکرد پیشنهادی به‌مراتب کیفیت عملکرد بالاتری در تضمین قوام حلقه بسته دارد و علاوه بر عدم وابستگی به معادلات ریاضی دینامیک HIV، قادر به تعیین مقدار بهینه قانون کنترلی با وجود محدودیت از پیش تعیین‌شده است. مقایسه کمی بین الگوریتم کنترلی پیشنهادی و روش کنترلی پیشنهادی در [۴۵] در جدول ۲ آمده است.

در این بخش و به‌طور خلاصه، عملکرد الگوریتم پیشنهادی با ارائه نتایج شبیه‌سازی مرتبط با اجزای مختلف سیستم حلقه بسته، ارزیابی شد. همگرایی به نقطه تعادل سالم هم در شرایط نامی و هم در حضور عدم قطعیت انجام گردید. به‌علاوه، سیگنال کنترلی در شرایط مختلف بدون چترینگ بوده و دچار اشباع نمی‌شود. الگوریتم تخمین مشتقات شبه‌جزئی با دقت مطلوبی قادر به تخمین مؤلفه‌های مشتق شبه‌جزئی است.

- [25] F. Sun and K. Turkoglu, "Estimation of CD4+T cell count parameters in HIV/AIDS patients based on real-time nonlinear receding horizon control," *International J. of Control, Automation and Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 1805-1813, Aug. 2018.
- [26] G. Pannocchia, M. Laurino, and A. Landi, "A model predictive control strategy toward optimal structured treatment interruptions in anti-HIV therapy," *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, vol. 57, no. 5, pp. 1040-1050, May 2010.
- [27] D. Kinderlehrer and G. Stampacchia, *An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.
- [28] Q. Liu and J. Wang, "A one-layer recurrent neural network with a discontinuous activation function for linear programming," *Neural Computation*, vol. 20, no. 5, pp. 1366-1383, May 2008.
- [29] Y. Xia and J. Wang, "A bi-projection neural network for solving constrained quadratic optimization problems," *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 214-224, Feb. 2015.
- [30] A. Golbabai and S. Ezazipour, "A projection-based recurrent neural network and its application in solving convex quadratic bilevel optimization problems," *Neural Computing and Applications*, vol. 32, no. 8, pp. 3887-3900, Apr. 2020.
- [31] Y. Xia, J. Wang, and W. Guo, "Two projection neural networks with reduced model complexity for nonlinear programming," *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 31, no. 6, pp. 2020-2029, Jun. 2019.
- [32] Y. Yang and X. Xu, "The projection neural network for solving convex nonlinear programming," in *Proc. Int. Conf. on Intelligent Computing*, Springer, pp. 174-181, Qingdao, China, 21-24 Aug. 2007.
- [33] Q. Liu and J. Wang, "A projection neural network for constrained quadratic minimax optimization," *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 26, no. 11, pp. 2891-2900, Nov. 2015.
- [34] Y. Zhang, S. Chen, S. Li, and Z. Zhang, "Adaptive projection neural network for kinematic control of redundant manipulators with unknown physical parameters," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 6, pp. 4909-4920, Jun. 2017.
- [35] M. Yang, Y. Zhang, and H. Hu, "Posture coordination control of two-manipulator system using projection neural network," *Neurocomputing*, vol. 427, pp. 179-190, Feb. 2021.
- [36] Z. Li, H. Xiao, C. Yang, and Y. Zhao, "Model predictive control of nonholonomic chained systems using general projection neural networks optimization," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 45, no. 10, pp. 1313-1321, Oct. 2015.
- [37] N. H. Jo and Y. Roh, "A two-loop robust controller for HIV infection models in the presence of parameter uncertainties," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 18, pp. 245-253, Apr. 2015.
- [38] H. Shim, N. H. Jo, H. Chang, and J. H. Seo, "A system theoretic study on a treatment of AIDS patient by achieving long-term non-progressor," *Automatica*, vol. 45, no. 3, pp. 611-622, Mar. 2009.
- [39] Z. Hou and S. Xiong, "On model-free adaptive control and its stability analysis," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 64, no. 11, pp. 4555-4569, Nov. 2019.
- [40] H. Du, X. Yu, M. Z. Chen, and S. Li, "Chattering-free discrete-time sliding mode control," *Automatica*, vol. 68, pp. 87-91, Jun. 2016.
- [41] Y. Xia and J. Wang, "A general methodology for designing globally convergent optimization neural networks," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 9, no. 6, pp. 1331-1343, Nov. 1998.
- [42] S. Liu and J. Wang, "A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 17, no. 6, pp. 1500-1510, Nov. 2006.
- [43] S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, New York: Wiley, vol. 2, 2007.
- [44] C. D. Meyer, *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, vol. 71, SIAM, 2000.
- [45] M. J. Mahmoodabadi and S. H. Lakmesari, "Adaptive sliding mode control of HIV-1 infection model," *Informatics in Medicine Unlocked*, vol. 25, Article ID: 100703, 2021.
- [3] A. Sharafian, A. Sharifi, and W. Zhang, "Fractional sliding mode based on RBF neural network observer: application to HIV infection mathematical model," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 79, no. 11, pp. 3179-3188, 1 Jun. 2020.
- [4] Z. Zhang, J. Zhang, F. Cheng, and F. Liu, "A novel stability criteria of a class nonlinear fractional-order HIV-1 system with multiple delay," *International J. of Control, Automation and Systems*, vol. 17, no. 9, pp. 2274-2283, Sept. 2019.
- [5] R. S. Butt, I. Ahmad, R. Ifiikhar, and M. Arsalan, "Integral backstepping and synergetic control for tracking of infected cells during early antiretroviral therapy," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 69447-69455, 2019.
- [6] H. Jahanshahi, "Smooth control of HIV/AIDS infection using a robust adaptive scheme with decoupled sliding mode supervision," *The European Physical J. Special Topics*, vol. 227, no. 7, pp. 707-718, 2018.
- [7] A. J. Anelone and S. K. Spurgeon, "Prediction of the containment of HIV infection by antiretroviral therapy-a variable structure control approach," *IET Systems Biology*, vol. 11, no. 1, pp. 44-53, Feb. 2017.
- [8] P. S. Rivadeneira and C. H. Moog, "Impulsive control of single-input nonlinear systems with application to HIV dynamics," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 218, no. 17, pp. 8462-8474, 1 May 2012.
- [9] Y. Pei, N. Shen, J. Zhao, Y. Yu, and Y. Chen, "Analysis and simulation of a delayed HIV model with reaction-diffusion and sliding control," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 212, pp. 382-405, Oct. 2023.
- [10] D. Shi, S. Ma, and Q. Zhang, "Sliding mode dynamics and optimal control for HIV model," *Mathematical Biosciences and Engineering*, vol. 20, no. 4, pp. 7273-7297, 13 Feb. 2023.
- [11] A. Izadbakhsh, A. A. Kalat, and S. Khorashadizadeh, "Observer-based adaptive control for HIV infection therapy using the Baskakov operator," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 65, Article ID: 102343, Mar. 2021.
- [12] N. H. Jo, "Robust drug treatment for HIV-1 infection model with completely unknown parameters," *International J. of Control, Automation and Systems*, vol. 17, no. 12, pp. 3113-3121, Dec. 2019.
- [13] Y. Ding, Z. Wang, and H. Ye, "Optimal control of a fractional-order HIV-immune system with memory," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 3, pp. 763-769, May 2011.
- [14] H. D. Kwon, J. Lee, and S. D. Yang, "Optimal control of an age-structured model of HIV infection," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, no. 5, pp. 2766-2779, Nov. 2012.
- [15] H. Wang, et al., "A Caputo-Fabrizio fractional-order model of HIV/AIDS with a treatment compartment: sensitivity analysis and optimal control strategies," *Entropy*, vol. 23, no. 5, Article ID: e23050610, 2021.
- [16] E. A. Hernandez-Vargas, P. Colaneri, and R. H. Middleton, "Optimal therapy scheduling for a simplified HIV infection model," *Automatica*, vol. 49, no. 9, pp. 2874-2880, Sept. 2013.
- [17] A. E. Abharian, S. Z. Sarabi, and M. Yomi, "Optimal sigmoid nonlinear stochastic control of HIV-1 infection based on bacteria foraging optimization method," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 10, pp. 184-191, Mar. 2014.
- [18] P. Di Giambardino and D. Iacoviello, "LQ control design for the containment of the HIV/AIDS diffusion," *Control Engineering Practice*, vol. 77, pp. 162-173, Aug. 2018.
- [19] N. A. Reisi, S. H. Lakmesari, M. J. Mahmoodabadi, and S. Hadipour, "Optimum fuzzy control of human immunodeficiency virus type1 using an imperialist competitive algorithm," *Informatics in Medicine Unlocked*, vol. 16, Article ID: 100241, 2019.
- [20] M. H. A. Biswas, M. M. Haque, and U. K. Mallick, "Optimal control strategy for the immunotherapeutic treatment of HIV infection with state constraint," *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 40, no. 4, pp. 807-818, Jul./Aug. 2019.
- [21] S. B. Chen, et al., "Antiretroviral therapy of HIV infection using a novel optimal type-2 fuzzy control strategy," *Alexandria Engineering J.*, vol. 60, no. 1, pp. 1545-1555, Feb. 2021.
- [22] E. Shamsara, Z. Afsharnezhad, and S. Effati, "Optimal drug control in a four-dimensional HIV infection model," *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 41, no. 2, pp. 469-486, Mar./Apr. 2020.
- [23] T. Jang, H. D. Kwon, and J. Lee, "Free terminal time optimal control problem of an HIV model based on a conjugate gradient method," *Bulletin of Mathematical Biology*, vol. 73, no. 10, pp. 2408-2429, Oct. 2011.
- [24] P. Di Giambardino and D. Iacoviello, "HIV infection control: a constructive algorithm for a state-based switching control," *International J. of Control, Automation and Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 1469-1473, Jun. 2018.

اشکان ضرغامی تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی مهندسی برق-قدرت و کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل به ترتیب در سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۵ از دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساوه به پایان رسانده است و هم اکنون دانشجوی دکتری مهندسی برق-کنترل دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی می باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: کنترل سیستم‌های غیرخطی، شبکه‌های هوشمند و مدل‌سازی سیستم‌ها.

فریدون نوشیروان راحت آباد به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۱ و ۱۳۸۳ مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش مهندسی پزشکی را از دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات دریافت نمود. پس از آن به دوره دکترای مهندسی پزشکی-بیوالکترونیک در دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات وارد گردید و در سال ۱۳۹۱ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی پزشکی-بیوالکترونیک از دانشگاه مذکور گردید. دکتر نوشیروان از سال ۱۳۸۵ تا کنون در دانشگاه آزاد اسلامی مشغول به فعالیت بوده و در حال حاضر عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی پزشکی واحد علوم و تحقیقات تهران می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نام‌برده شامل موضوعاتی مانند کنترل سیستم‌های عصبی عضلانی، آشوب در سیستم‌های بیولوژیکی و ... می‌باشد.

مهدی سیاهی در سال ۱۳۸۰ مدرک کارشناسی مهندسی برق-الکترونیک را از دانشگاه یزد و در سال ۱۳۸۲ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل را از دانشگاه صنعتی شاهرود دریافت نمود. پس از آن به دوره دکترای مهندسی برق-کنترل در دانشگاه صنعتی شاهرود وارد گردید و در سال ۱۳۸۷ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی برق-کنترل از دانشگاه مذکور گردید. دکتر سیاهی از سال ۱۳۸۳ تا کنون در دانشگاه آزاد اسلامی مشغول به فعالیت بوده و در حال حاضر عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی مکانیک، برق و کامپیوتر واحد علوم و تحقیقات تهران می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نام‌برده شامل موضوعاتی مانند سیستم‌های کنترل تحمل پذیر عیب، تشخیص و شناسایی خطا، مدل‌سازی سیستم‌های بیولوژیکی، رباتیک و ... می‌باشد.