

طراحی رویتگر مد لغزشی تطبیقی غیر شکننده برای دسته‌ای از سامانه‌های مرتبه کسری شبه‌خطی دارای تأخیر حالت

مجید پرویزیان، خسرو خاندانی و وحید جوهری مجد

است و بنابراین تخمین حالت و طراحی رویتگر قبل از طراحی کنترل کننده ضروری می‌باشد. روش‌های تخمین حالت به دلیل کاربرد گسترده در زمینه‌های مختلف مهندسی، نظیر کنترل و پایش سامانه‌های قدرت [۱۴] و [۱۵]، سامانه‌های کنترل رباتیک [۱۶] و سامانه‌های هیبریدی [۱۷] توجه پژوهشگران بسیاری را به خود جلب کرده است. تخمین حالت سامانه‌های مرتبه کسری نیز طی دهه گذشته مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط رویت‌پذیری سامانه‌های مرتبه کسری ابتدا در [۱۸] ارائه گردید و پس از آن روش‌های مختلف طراحی رویتگر برای این دسته از سامانه‌ها توسعه داده شده است. رویتگر مد لغزشی با توجه به ویژگی‌های آن مانند پاسخ سریع و عدم حساسیت به تغییرات در پارامترهای سامانه و اغتشاشات بیرونی، بسیار مورد توجه پژوهشگران در جامعه کنترل بوده است [۱۹] تا [۲۱]. در طراحی رویتگر، مسئله شکنندگی ناشی از تغییر پارامترهای رویتگر یک موضوع مهم است که باید در نظر گرفته شود. از آنجایی که شکنندگی رویتگر ممکن است منجر به ناپایداری سیستم خطا شود، تلاش‌هایی برای طراحی رویتگر غیر شکننده برای سامانه‌های مرتبه کسری غیر خطی صورت گرفته است. در [۲۲] یک کنترل کننده مقاوم مبتنی بر رویتگر غیر شکننده ارائه شده و با استفاده از تجزیه مقدار منفرد ماتریس و نابرابری‌های ماتریسی خطی، شرایط پایداری مجانبی مقاوم استخراج گردیده است. در [۲۳] و [۲۴] یک رویتگر غیر شکننده برای دسته‌ای از سامانه‌های مرتبه کسری غیر خطی لپیشیتز طراحی شده که در آن روش لیانوف غیر مستقیم استفاده شده است. در [۲۵] روشی برای طراحی رویتگر غیر شکننده ارائه شده است. بهره بهینه رویتگر مطلوب از میان یک مجموعه جواب که به طور سیستماتیک شرایط پایداری رویتگر غیر شکننده مرتبه کسری مقاوم غیر خطی را ارضا می‌کنند به کمک نابرابری‌های ماتریسی خطی استخراج شده است.

از طرف دیگر دو موضوع بااهمیت که در طراحی سامانه‌های کنترل و رویتگر باید در نظر گرفته شوند، تأخیر زمانی و غیر خطینگی در ورودی هستند. تأخیر در بسیاری از سامانه‌های فیزیکی و صنعتی به عنوان یک نتیجه مستقیم از قابلیت‌های محدود پردازش اطلاعات و انتقال داده‌ها در میان بخش‌های مختلف سامانه رخ می‌دهد. تأخیر همچنین می‌تواند ناشی از پدیده‌های فیزیکی ذاتی مانند جریان انتقال جرم یا چرخه باشد. از سوی دیگر، غیر خطینگی در ورودی اغلب سامانه‌های واقعی وجود دارد و ممکن است منجر به تخریب جدی عملکرد سیستم شود. مقالات مختلفی به موضوع تأخیر و غیر خطینگی در ورودی پرداخته‌اند. از جمله در [۲۶] طراحی یک رویتگر غیر شکننده H_∞ مبتنی بر کنترل مد لغزشی برای سامانه‌های تأخیری دارای عدم قطعیت با ورودی غیر خطی مورد بحث قرار گرفته است. با استفاده از کنترل مد لغزشی یک قانون مقاوم ایجاد

چکیده: سامانه‌های مرتبه کسری و سیستم‌های کنترل مرتبه کسری در سال‌های اخیر به صورت فزاینده‌ای مورد توجه پژوهشگران در حوزه‌های مختلف علوم و مهندسی بوده است. از دیگر سو، بسیاری از رویکردهای کنترلی مرتبه صحیح برای استفاده در مورد سامانه‌های مرتبه کسری توسعه داده شده‌اند. با وجود این، پژوهش‌های انگشت‌شماری در زمینه گسترش رویتگرهای کلاسیک به حالت کسری انجام شده است. با توجه به گسترش روزافزون کاربردهای سامانه‌های مرتبه کسری، توسعه رویتگرهای مرتبه کسری نیز ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله، مسئله طراحی یک رویتگر مد لغزشی تطبیقی غیر شکننده برای دسته‌ای از سامانه‌های مرتبه کسری شبه‌خطی دارای تأخیر زمانی بررسی شده است. ابتدا حالت‌های سیستم مرتبه کسری تأخیردار با قسمت غیر خطی سازگار با استفاده از روش کنترل مد لغزشی تخمین زده شده و سپس مسئله تخمین حالت برای سیستم مرتبه کسری با قسمت غیر خطی غیر سازگار بررسی شده است. پایداری مجانبی دینامیک خطای تخمین با استفاده از روش تحلیل پایداری لیانوف برای سامانه‌های مرتبه کسری اثبات گردیده و شرایط کافی پایداری در قالب نابرابری‌های ماتریسی خطی استخراج شده است. در نهایت عملکرد مؤثر روش ارائه شده در این مقاله با شبیه‌سازی بر روی یک مثال عددی و نیز مطالعه موردی بر روی یک سامانه اقتصادی مرتبه کسری نشان داده شده است.

کلیدواژه: رویتگر تطبیقی غیر شکننده، سامانه مرتبه کسری شبه‌خطی، مد لغزشی، نابرابری‌های ماتریسی خطی.

۱- مقدمه

در دو دهه اخیر سامانه‌های مرتبه کسری به عنوان یک ابزار مؤثر جهت مدل‌سازی سامانه‌های فیزیکی دنیای واقعی در زمینه‌های مختلف علوم از جمله مهندسی برق [۱] و [۲]، انتقال حرارت [۳] تا [۵]، ویسکوالاستیسیته [۶] تا [۸]، سامانه‌های زیستی [۹] و ... مورد توجه قرار گرفته‌اند. پایداری و کنترل این سامانه‌ها و نیز طراحی کنترل کننده‌های مرتبه کسری برای سامانه‌های مرتبه کسری و مرتبه صحیح به صورت گسترده‌ای از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۱۰] تا [۱۳]. اندازه‌گیری حالت‌های یک سامانه مرتبه کسری گاهی اوقات غیر ممکن

این مقاله در تاریخ ۲۹ شهریور ماه ۱۳۹۹ دریافت و در تاریخ ۱۶ آذر ماه ۱۴۰۰ بازنگری شد.

مجید پرویزیان، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، (email: parvizianmajid@gmail.com).

خسرو خاندانی، گروه مهندسی برق، دانشگاه اراک، اراک، ایران، (email: k-khandani@araku.ac.ir).

وحید جوهری مجد (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، (email: majid@modares.ac.ir).

$$\begin{cases} D_t^q x(t) = Ax(t) + A_1 x(t-\tau) + B(u + f_1(x)) + f_2(x) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (1)$$

که در این رابطه $q \in (0, 1)$ مرتبه کسری سامانه و $x(t)$ ، $y(t)$ و $u(t)$ به ترتیب بردارهای متغیرهای حالت، خروجی اندازه‌گیری شده و ورودی با بعدهای مناسب هستند. $\varphi(t)$ تابع اولیه برداری پیوسته است. همچنین A ، A_1 و B ماتریس‌های حقیقی ثابت با بعدهای مناسب هستند و B رتبه کامل ستونی است. $f_2(x)$ تابع غیر خطی ناسازگار می‌باشد که نسبت به x یک تابع لیبیشیتز است

$$\|f_2(x_1) - f_2(x_2)\| \leq k \|x_1 - x_2\| \quad (2)$$

که در آن k یک ثابت مثبت است. همچنین $f_1(x)$ تابع غیر خطی نرم محدود نامعلوم سازگار می‌باشد، به طوری که شرط زیر را ارضا کند

$$\|f_1(x)\| \leq \alpha + \beta \|y(t)\| \quad (3)$$

که در آن α و β ثابت‌های مثبت نامعلوم هستند و همچنین فرض می‌شود که (A, C) رؤیت‌پذیر باشد. در (۱)، مشتق کسری کاپوتو است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۱ [۳۱]: مشتق کسری کاپوتوی یک تابع $f: R^+ \rightarrow R$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$D_t^q f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-q)} \int_t^t \frac{f^n(\tau)}{(t-\tau)^{q-n+1}} d\tau, & n-1 < q < n \\ \frac{d^n}{dt^n} f(t), & q = n \end{cases} \quad (4)$$

که در این رابطه q مرتبه کسری مشتق‌گیری، n اولین عدد صحیح بزرگ‌تر از q و Γ تابع گاما است. لم‌های زیر نیز در استخراج نتایج مورد استفاده قرار خواهند گرفت:

لم ۱ (مکمل شور): برای ماتریس متقارن $\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix}$ ، عبارات

زیر هم‌ارزند

$$\begin{aligned} \Omega &< 0 \\ \Omega_{11} &< 0 \\ \Omega_{22} - \Omega_{21}^T \Omega_{11}^{-1} \Omega_{12} &< 0 \\ \Omega_{22} &< 0 \\ \Omega_{11} - \Omega_{12} \Omega_{22}^{-1} \Omega_{21} &< 0 \end{aligned} \quad (5)$$

لم ۲ [۳۲]: فرض کنید D ، E و $F(t)$ ماتریس‌های حقیقی با بعد مناسب باشند به طوری که $F(t)$ شرط $F^T(t)F(t) \leq I$ را ارضا کند و $\varepsilon > 0$ را یک اسکالر فرض کنید. در این صورت نابرابری زیر همیشه برقرار است

$$DF(t)E + E^T F^T(t)D^T \leq \varepsilon DD^T + \frac{1}{\varepsilon} E^T E \quad (6)$$

لم ۳ [۳۳]: فرض کنید $x(t) \in R^n$ یک بردار از توابع مشتق‌پذیر باشد. سپس به ازای $t > t_0$ رابطه زیر برقرار است

$$D_t^q (x(t)Px(t)) \leq \gamma x(t)^T P(D_t^q x(t)), \quad \forall \alpha \in (n-1, n) \quad (7)$$

به طوری که $P \in R^{n \times n}$ یک ماتریس مثبت معین، متقارن، مربعی و ثابت است.

شده است به طوری که رسیدن به سطح لغزش در فضای تخمین حالت تضمین شود. همچنین شرایط کافی برای پایداری مجانبی سامانه خطای تخمین و دینامیک مد لغزشی با اغتشاش میراشونده، از طریق شگردهای نابرابری‌های ماتریسی خطی استخراج شده است. در [۲۷] یک رؤیتگر غیر شکننده مبتنی بر کنترل مد لغزشی برای سامانه‌های سوئیچینگ دارای عدم قطعیت ارائه شده است. ابتدا رؤیتگر مد لغزشی غیر شکننده ایجاد گردیده تا حالت‌های غیر قابل اندازه‌گیری را تخمین بزند و سپس یک تخمینگر حالت غیر شکننده مد لغزشی طراحی شده که در آن برای ایجاد سطح لغزش از جمع وزنی ماتریس‌های ورودی استفاده می‌شود. در [۲۸] تخمینگر حالت و کنترل مد لغزشی برای کلاسی از سامانه‌های پرش مارکوف با تأخیر زمانی و غیر خطینگی در ورودی بررسی گردیده که در آن یک رؤیتگر غیر شکننده مبتنی بر کنترل مد لغزشی ایجاد شده است، به طوری که رسیدن به سطح لغزش در فضای تخمین حالت تضمین شود. در [۲۹] طراحی کنترل مد لغزشی برای یک کلاس از سامانه‌های تصادفی نوع خنثی با پارامترهای سوئیچینگ مارکوف و عدم قطعیت‌های غیر خطی مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۹] یک رؤیتگر مد لغزشی مرتبه کسری برای دسته خاصی از سامانه‌های غیر خطی مرتبه کسری دارای عدم قطعیت ارائه شده است. از طریق توسعه مرتبه کسری معیار پایداری لیاپانوف، تحلیل پایداری سامانه خطا بررسی گردیده و نشان داده شده که همگرایی خطای تخمین با رؤیتگر طراحی شده، تضمین گردیده است. در [۳۰] مسئله تخمین حالت دسته خاصی از سامانه‌های پویای غیر خطی مرتبه کسری به کمک روش کنترل مد لغزشی بررسی شده است. پایداری مجانبی سامانه خطای پویای تخمین از طریق روش پایداری لیاپانوف برای سامانه‌های مرتبه کسری، بررسی شده و شرایط کافی برای پایداری مجانبی استخراج گردیده است. با وجود این، تخمین حالت‌های سامانه‌های مرتبه کسری دارای غیر خطینگی در ورودی با استفاده از رؤیتگر مد لغزشی تا کنون انجام نگرفته است.

از طرف دیگر، بسیاری از رویکردهای کنترلی مرتبه صحیح برای استفاده در مورد سامانه‌های مرتبه کسری توسعه داده شده‌اند اما با وجود این، پژوهش‌های انگشت‌شماری در زمینه گسترش رؤیتگرهای کلاسیک به حالت کسری انجام گردیده است. با توجه به گسترش روزافزون کاربردهای سامانه‌های مرتبه کسری، توسعه رؤیتگرهای مرتبه کسری نیز ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله، یک رؤیتگر مد لغزشی تطبیقی غیر شکننده برای دسته‌ای از سامانه‌های مرتبه کسری شبه‌خطی دارای تأخیر زمانی طراحی می‌شود. این رؤیتگر قادر است حالت‌های سیستم مرتبه کسری را تخمین بزند به طوری که پایداری مجانبی دینامیک خطای تخمین، تضمین شده باشد. فرض می‌شود که غیر خطینگی سازگار و اغتشاش نرم محدود هستند ولی کران بالای آنها نامشخص است که از رویکرد تطبیقی برای تخمین این کران‌ها استفاده می‌شود.

در ادامه مقاله در بخش دوم، مقدمات پژوهش مطرح شده و مسئله تبیین می‌گردد. در بخش سوم، نتایج اصلی مقاله به همراه اثبات قضایا ارائه می‌گردد. در بخش چهارم، نتایج شبیه‌سازی و در بخش پنجم، نتایج مقاله ارائه می‌شود.

۲- طرح مسئله و مباحث مقدماتی

دسته سامانه‌های مورد مطالعه در این مقاله ساختاری به صورت (۱) دارند

۳- طراحی رُویتگر مرتبه کسری غیر شکننده

در این بخش، یک رُویتگر غیر شکننده مبتنی بر کنترل مد لغزشی تطبیقی برای سیستم مرتبه کسری غیر خطی نامعین دارای تأخیر زمانی (۱) ارائه می‌شود. دینامیک رُویتگر مرتبه کسری پیشنهادی به صورت زیر است

$$\begin{cases} D_t^q \hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + A_\tau \hat{x}(t-\tau) + f_r(\hat{x}) + Bu \\ \quad + (L + \Delta L(t))(y(t) - \hat{y}(t)) + B\Lambda \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (۸)$$

که در آن $\hat{x}(t)$ تخمین بردار حالت است و L بهره رُویتگر می‌باشد. $\Delta L(t)$ اغتشاش جمعی روی بهره رُویتگر است که شرط زیر را ارضا می‌کند

$$\|\Delta L(t)\| \leq \eta \quad (۹)$$

که در آن η یک ثابت مثبت است. همچنین تابع Λ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Lambda = (|\hat{\alpha}(t)| + |\hat{\beta}(t)| \|y(t)\| + \gamma) \operatorname{sgn}(B^T X_\nu e(t)) \quad (۱۰)$$

که در این رابطه اخیر، γ یک ثابت مثبت دلخواه می‌باشد و فرض می‌گردد که ماتریس X_ν شرط $B^T X_\nu = N_\nu C$ را ارضا کند و N_ν بعداً طراحی شود. $\hat{\alpha}(t)$ و $\hat{\beta}(t)$ پارامترهای ثابت نامعلوم α و β در (۳) را تخمین می‌زنند. خطای تخمین پارامترهای α و β را به صورت $\tilde{\alpha}(t) = \hat{\alpha}(t) - \alpha$ و $\tilde{\beta}(t) = \hat{\beta}(t) - \beta$ تعریف می‌کنیم. ما همچنین فرض می‌کنیم که

$$\begin{aligned} D_t^\alpha \hat{\alpha}(t) &= c_\alpha \|B^T X_\nu e(t)\| \\ D_t^\beta \hat{\beta}(t) &= c_\beta \|B^T X_\nu e(t)\| \|y(t)\| \end{aligned} \quad (۱۱)$$

در این رابطه c_α و c_β ثابت‌های مثبت هستند که توسط طراح انتخاب می‌شوند. با تعریف خطای تخمین $e = x - \hat{x}$ دینامیک خطا از (۱) و (۸) به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$\begin{cases} D_t^q e(t) = (A - LC - \Delta LC)e(t) + A_\tau e(t - \tau) \\ \quad + f_r(x) - f_r(\hat{x}) + B(f_r(x) + \Lambda) \\ y_e(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (۱۲)$$

قضیه زیر شرط پایداری مجانبی سامانه خطای (۱۲) را ارائه می‌کند.
قضیه ۱: سیستم خطای (۱۲) پایداری مجانبی است اگر ماتریس‌های $Q > 0$ ، $Y_\nu > 0$ ، $X_\nu > 0$ و اسکالرهای $\varepsilon_\nu > 0$ و $\varepsilon_r > 0$ وجود داشته باشند به طوری که نابرابری ماتریسی خطی زیر برقرار شود

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & X_\nu A & X_\nu & X_\nu \\ * & -Q & \cdot & \cdot \\ * & * & -\varepsilon_\nu I & \cdot \\ * & * & * & -\varepsilon_r I \end{bmatrix} < 0 \quad (۱۳)$$

$$B^T X_\nu = N_\nu C \quad (۱۴)$$

که در این رابطه

$$\Xi_{11} = X_\nu A - Y_\nu C + A^T X_\nu - C^T Y_\nu^T + \varepsilon_r \eta^2 C^T C + \varepsilon_r k^r + Q \quad (۱۵)$$

همچنین بهره رُویتگر از رابطه $L = X_\nu^{-1} Y_\nu$ به دست می‌آید.

اثبات: تابع لیاپانوف را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\begin{aligned} V_\nu &= e(t)^T e(t) + D_t^{1-q} \int_{t-\tau}^t e(s)^T Q e(s) ds \\ &\quad + c_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}^r(t) + c_\beta^{-1} \tilde{\beta}^r(t) \end{aligned} \quad (۱۶)$$

با گرفتن مشتق مرتبه کسری از این رابطه و با استفاده از لم ۳ داریم

$$\begin{aligned} {}_t^c D_t^q V(t) &\leq \nu e(t)^T X_\nu ({}^c D_t^q e(t)) + e(t)^T Q e(t) \\ &\quad - e(t-\tau)^T Q e(t-\tau) + \nu c_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}(t) D_t^q \tilde{\alpha}(t) \\ &\quad + \nu c_\beta^{-1} \tilde{\beta}(t) D_t^q \tilde{\beta}(t) = \nu e(t)^T X_\nu ((A - LC - \Delta LC)e(t) \\ &\quad + A_\tau e(t-\tau) + f_r(x) - f_r(\hat{x}) + B(f_r(x) - \nu)) \\ &\quad + e(t)^T Q e(t) - e(t-\tau)^T Q e(t-\tau) + \nu c_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}(t) D_t^q \tilde{\alpha}(t) \\ &\quad + \nu c_\beta^{-1} \tilde{\beta}(t) D_t^q \tilde{\beta}(t) \quad (۱۷) \\ &= \nu e(t)^T X_\nu (A - LC)e(t) - \nu e(t)^T X_\nu (\Delta LC)e(t) \\ &\quad + \nu e(t)^T X_\nu A_\tau e(t-\tau) + \nu e(t)^T X_\nu (f_r(x) - f_r(\hat{x})) \\ &\quad + \nu e(t)^T X_\nu B(f_r(x) - \nu) + e(t)^T Q e(t) \\ &\quad - e(t-\tau)^T Q e(t-\tau) + \nu c_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}(t) D_t^q \tilde{\alpha}(t) \\ &\quad + \nu c_\beta^{-1} \tilde{\beta}(t) D_t^q \tilde{\beta}(t) \end{aligned}$$

با استفاده از لم ۲ می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} -\nu e(t)^T X_\nu (\Delta LC)e(t) &\leq \nu \eta \|e(t)^T X_\nu\| \|Ce(t)\| \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon_\nu} e(t)^T X_\nu X_\nu e(t) + \varepsilon_\nu \eta^2 e(t)^T C^T C e(t) \end{aligned} \quad (۱۸)$$

$$\begin{aligned} \nu e(t)^T X_\nu (f_r(x) - f_r(\hat{x})) &\leq \nu \|e(t) X_\nu\| (k \|e(t)\|) \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon_r} e(t)^T X_\nu X_\nu e(t) + \varepsilon_r k^r e(t)^T e(t) \end{aligned} \quad (۱۹)$$

با توجه به (۱۰) و (۱۱) می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \nu e(t)^T X_\nu B(f_r(x) - \Lambda) &+ \nu c_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}(t) D_t^q \tilde{\alpha}(t) \\ &\quad + \nu c_\beta^{-1} \tilde{\beta}(t) D_t^q \tilde{\beta}(t) = \nu e^T(t) X_\nu B f_r(x) \\ &\quad + \nu (\hat{\alpha}(t) - \alpha) \|B^T X_\nu e(t)\| \\ &\quad + \nu (\hat{\beta}(t) - \beta) \|B^T X_\nu e(t)\| \|y(t)\| \\ &\quad - \nu e^T(t) X_\nu B (|\hat{\alpha}(t)| + |\hat{\beta}(t)| \|y(t)\| + \gamma) \operatorname{sgn}(B^T X_\nu e(t)) \\ &= \nu e^T(t) X_\nu B f_r(x) + \nu (\hat{\alpha}(t) + \hat{\beta}(t) \|y(t)\|) \|B^T X_\nu e(t)\| \\ &\quad - \nu (\alpha + \beta \|y(t)\|) \|B^T X_\nu e(t)\| \quad (۲۰) \\ &\quad - \nu e^T(t) X_\nu B (|\hat{\alpha}(t)| + |\hat{\beta}(t)| \|y(t)\| + \gamma) \frac{B^T X_\nu e(t)}{\|B^T X_\nu e(t)\|} \\ &= \nu e^T(t) X_\nu B f_r(x) + \nu (\hat{\alpha}(t) + \hat{\beta}(t) \|y(t)\|) \|B^T X_\nu e(t)\| \\ &\quad - \nu (\alpha + \beta \|y(t)\|) \|B^T X_\nu e(t)\| \\ &\quad - \nu (|\hat{\alpha}(t)| + |\hat{\beta}(t)| \|y(t)\| + \gamma) \|B^T X_\nu e(t)\| \\ &\leq -\nu \gamma \|B^T X_\nu e(t)\| < 0 \end{aligned}$$

حال با جاگذاری (۱۸) تا (۲۰) در (۱۷) می‌توان نوشت

(۲۶)، معادله دینامیک خطای رؤیتگر به صورت زیر به دست می‌آید

$$D_t^q e(t) = (A - LC - \Delta LC)e(t) + Ae(t - \tau) + f_\tau(x) - f_\tau(\hat{x}) + Ff_\tau(y, u, t) - F\Omega \quad (29)$$

با گرفتن مشتق مرتبه کسری از (۱۶) و استفاده از لم ۳، اثبات مشابه اثبات قضیه ۱ انجام خواهد شد.

نکته ۱: شرط برابری خطی $B^T X_\gamma = N_\gamma C$ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$tr[(B^T X_\gamma - N_\gamma C)^T (B^T X_\gamma - N_\gamma C)] = 0 \quad (30)$$

همچنین شرط زیر را معرفی می‌نماییم

$$(B^T X_\gamma - N_\gamma C)^T (B^T X_\gamma - N_\gamma C) < \theta I \quad (31)$$

که در آن $\theta > 0$ پارامتری است که طراحی می‌شود. علاوه بر این با استفاده از لم ۱ داریم

$$\begin{bmatrix} -\theta I & (B^T X_\gamma - N_\gamma C)^T \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

بنابراین مسئله طراحی رؤیتگر (۸) مربوط به قضیه ۱ به مسئله بهینه‌سازی $\min \theta$ به شرط (۱۳) و (۳۲) تبدیل می‌شود.

نکته ۲: شرط برابری خطی $F^T X_\gamma = N_\gamma C$ را نیز می‌توان به صورت زیر با جایگذاری F به جای B بازنویسی کرد

$$\begin{bmatrix} -\theta I & (F^T X_\gamma - N_\gamma C)^T \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

بنابراین مسئله طراحی رؤیتگر (۲۶) به مسئله بهینه‌سازی $\min \theta$ به شرط (۱۳) و (۳۴) تبدیل می‌شود.

نکته ۳: در نتیجه ۱، فرض می‌کنیم سیستم (۲۵) دارای تأخیر متغیر با زمان $\tau(t)$ باشد (با τ یا $\tau(t)$ جایگزین شود)

$$\begin{cases} D_t^q x(t) = Ax(t) + A_\tau x(t - \tau(t)) + Bu + Ff_\tau(y, u, t) + f_\tau(x) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (34)$$

همچنین $\tau(t)$ شرط زیر را ارضا می‌کند

$$\begin{aligned} 0 &\leq \tau(t) \leq h \\ \dot{\tau}(t) &\leq \bar{h} < 1 \end{aligned} \quad (35)$$

در این صورت لازم است که (۱۳) با معادله زیر جایگزین شود

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & X_\gamma A & X_\gamma & X_\gamma \\ * & -(1 - \bar{h})Q & \cdot & \cdot \\ * & * & -\varepsilon_\gamma I & \cdot \\ * & * & * & -\varepsilon_\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

در بخش بعدی با ارائه دو نمونه شبیه‌سازی، عملکرد روش نظری پیشنهادشده را بررسی می‌نماییم.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش دو مثال شبیه‌سازی شامل یک مثال عددی و سپس یک مطالعه موردی بر روی یک سامانه اقتصادی کسری را ارائه می‌دهیم.

مثال ۱) سامانه مرتبه کسری شبه‌خطی (۱) را به همراه رؤیتگر ارائه‌شده در (۸) با پارامترهای زیر در نظر بگیرید

$$\begin{aligned} D_t^q V_\gamma(t) &\leq e(t)^T X_\gamma ((A - LC) + (A - LC)^T) e(t) \\ &\quad + \tau e(t)^T X_\gamma A e(t - \tau) + \frac{1}{\varepsilon_\gamma} e(t)^T X_\gamma X_\gamma e(t) \\ &\quad + \varepsilon_\gamma \eta^\tau e(t)^T C^T C e(t) + \frac{1}{\varepsilon_\gamma} e(t)^T X_\gamma X_\gamma e(t) \\ &\quad + \varepsilon_\gamma k^\tau e(t)^T e(t) + e(t)^T Q e(t) - e(t - \tau)^T Q e(t - \tau) \end{aligned} \quad (21)$$

این رابطه را می‌توان در قالب زیر نوشت

$$D_t^q V_\gamma(t) \leq w_\gamma(t)^T \Pi_\gamma w_\gamma(t) \quad (22)$$

که در آن $w_\gamma(t) = [e(t)^T e(t - h)^T]^T$ است و همچنین

$$\Pi_\gamma = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & X_\gamma A \\ * & -Q \end{bmatrix} \quad (23)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= X_\gamma A - Y_\gamma C + A^T X_\gamma - C^T Y_\gamma^T + \frac{1}{\varepsilon_\gamma} X_\gamma X_\gamma \\ &\quad + \varepsilon_\gamma \eta^\tau C^T C + \frac{1}{\varepsilon_\gamma} X_\gamma X_\gamma + \varepsilon_\gamma k^\tau + Q \end{aligned} \quad (24)$$

به ازای $w_\gamma(t) \neq 0$ ، شرط کافی برای پایداری مجانبی $\Pi_\gamma < 0$ خواهد بود. با استفاده از مکمل شور در لم ۱، نابرابری ماتریسی $\Pi_\gamma < 0$ معادل (۱۳) خواهد بود و بنابراین اثبات کامل می‌شود.

نتیجه ۱: روش مشابهی می‌تواند برای طراحی یک رؤیتگر برای سامانه مرتبه کسری غیر خطی دارای تأخیر زمانی با عدم قطعیت ناسازگار که توسط معادله زیر توصیف می‌شود، به کار گرفته شود

$$\begin{cases} D_t^q x(t) = Ax(t) + A_\tau x(t - \tau) + Bu + Ff_\tau(y, u, t) + f_\tau(x) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (25)$$

به طوری که $f_\tau(y, u, t)$ یک تابع غیر خطی نرم محدود نامعلوم غیر سازگار می‌باشد که نشان‌دهنده عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات مدل‌سازی است که در (۳) صدق می‌کند. دینامیک رؤیتگر به صورت رابطه زیر پیشنهاد می‌شود

$$\begin{cases} D_t^q \hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + A_\tau \hat{x}(t - \tau) + f_\tau(\hat{x}) + Bu \\ \quad + (L + \Delta L(t))(y(t) - \hat{y}(t)) + F\Omega \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (26)$$

که در آن

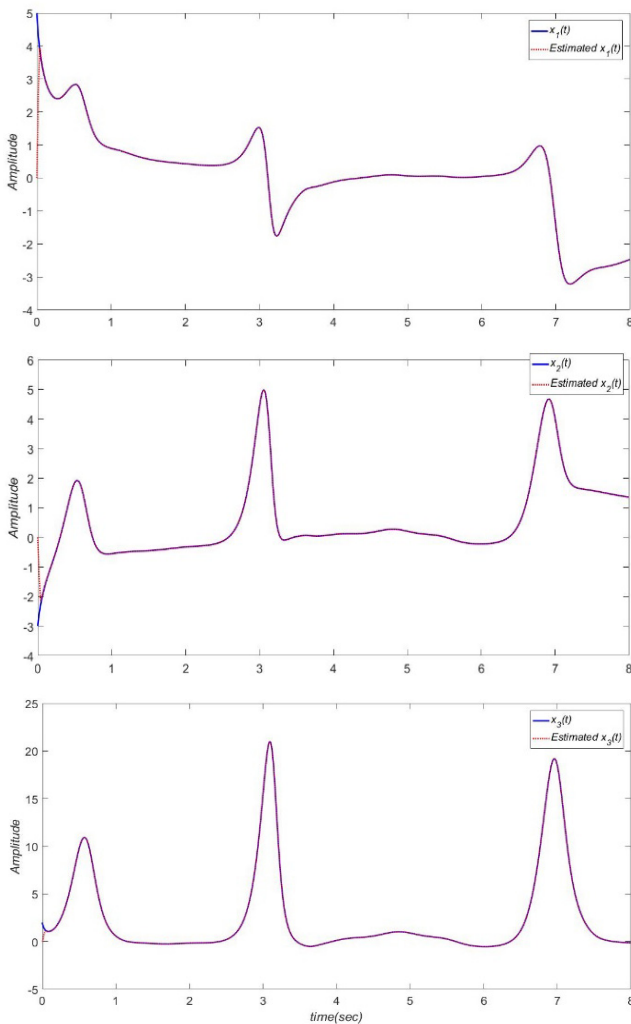
$$\Omega = (|\hat{\alpha}(t)| + |\hat{\beta}(t)| \|y(t)\| + \gamma) \text{sgn}(F^T X_\gamma e(t)) \quad (27)$$

فرض می‌شود که ماتریس X_γ شرط $F^T X_\gamma = N_\gamma C$ را ارضا کند و همچنین فرض می‌کنیم که

$$\begin{aligned} D_t^q \hat{\alpha}(t) &= c_\alpha \|F^T X_\gamma e(t)\| \\ D_t^q \hat{\beta}(t) &= c_\beta \|F^T X_\gamma e(t)\| \|y(t)\| \end{aligned} \quad (28)$$

به طوری که c_β و c_α ثابت‌های مثبت هستند. در این صورت اگر شرط (۱۳) برقرار باشد دینامیک خطای مربوط به رؤیتگر در (۲۵) پایدار مجانبی خواهد بود.

اثبات: با تابع لیپانوف (۱۶) اثبات سراسر است. با توجه به (۲۵) و



شکل ۱: مسیره‌های حالت‌ها و حالت‌های تخمین زده شده مربوط در مثال ۱.

پارامترهای سامانه توصیف شده با (۲۵) به صورت زیر است

$$A = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_1(y, u, t) = (0.5 \sin(2t) + \sin(4t) + 0.75 \sin(6t))(y + 1)$$

$$f_r(x) = [x_1, x_2, 1 - x_1^2, 0]^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta L = \begin{bmatrix} 0.2 \sin(4t) & 0.6 \sin(4t) \\ 0.4 \sin(4t) & 0 \\ 0.4 \sin(4t) & 0.2 \sin(4t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.2 & -6 & 0 \\ -6 & -11.4 & 0 \\ 1 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ -0.1 & 0 & -0.2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times (1.5 \sin(3t) + \sin(5t) + 0.5 \sin(7t))(x_r + 1)$$

$$f_r(x) = [x_1, x_2, x_1^2, x_1, x_2]^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta L = \begin{bmatrix} 0.5 \sin(4t) & 0.4 \sin(4t) \\ 0.1 \sin(4t) & 0.2 \sin(4t) \\ 0.5 \sin(4t) & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$k = 2$$

$$\eta = 0.8$$

$$q = 0.85$$

$$\gamma = 23.0$$

$$c_\alpha = 8.0$$

$$c_\beta = 12.5$$

همچنین حالت‌های اولیه $\hat{x}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ و $x(0) = [5 \ -3 \ 2]^T$ هستند. با حل نابرابری ماتریسی خطی قضیه ۱ با استفاده از جعبه‌ابزار YALMIP و با توجه به نکته ۱، نتایج زیر حاصل می‌شود

$$L = \begin{bmatrix} -6.2834 & 5.6268 \\ -1.6388 & -3.5263 \\ 6.3078 & -0.2644 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.7252 & 0.0084 & -0.0073 \\ 0.0084 & 0.7240 & -0.0082 \\ -0.0073 & -0.0082 & 0.7252 \end{bmatrix}$$

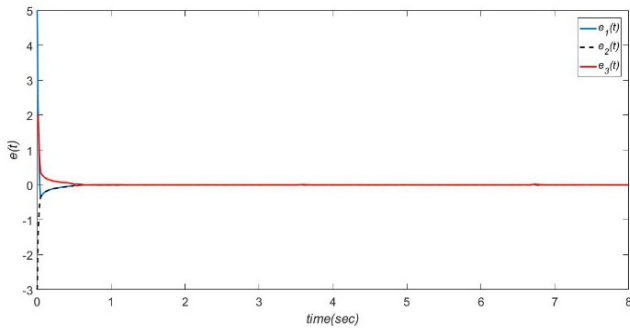
$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.2641 & -0.336 & 0.333 \\ -0.336 & 0.2642 & 0.3334 \\ 0.333 & 0.3334 & 0.2639 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -0.003 & 0.2974 \\ 0.5951 & -0.006 \end{bmatrix}$$

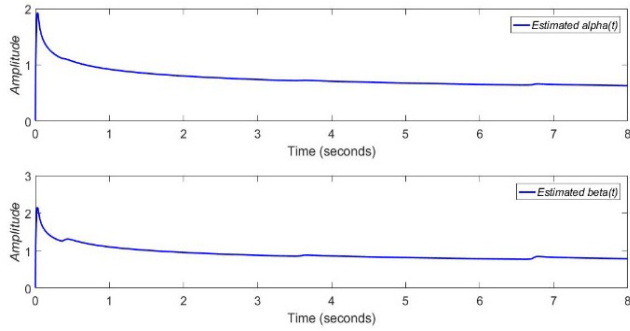
$$\varepsilon_1 = 0.7799, \quad \varepsilon_r = 0.8339, \quad \theta = 9.1273 \times 10^{-12}$$

شکل ۱ حالت‌های تخمین زده شده را به همراه حالت‌های سامانه نمایش می‌دهد که نشان می‌دهد رویتگر ارائه‌شده قادر است به سرعت، حالت‌های سامانه را تخمین بزند.

مثال ۲) یک سامانه اقتصادی مرتبه کسری متناسب را در نظر می‌گیریم و روش ارائه‌شده برای تخمین حالت را بر روی آن اعمال می‌نماییم. این سامانه شامل سه متغیر حالت x_1, x_2 و x_3 است که به ترتیب نرخ بهره، تقاضای سرمایه‌گذاری و شاخص قیمت هستند [۲۳].



شکل ۳: مسیرهای خطای تخمین در مثال ۲.



شکل ۴: مقادیر تخمین زده شده $\hat{\alpha}(t)$ و $\hat{\beta}(t)$ در مثال ۲.

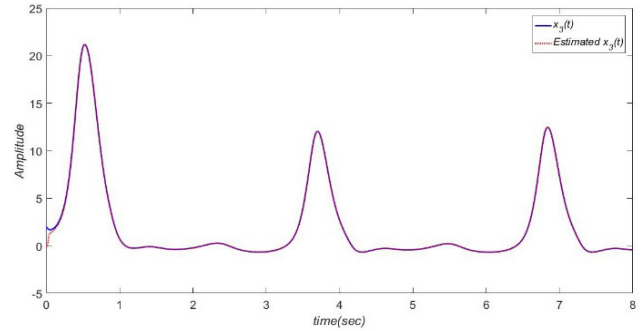
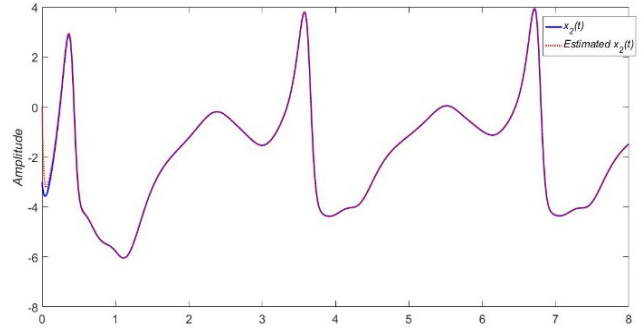
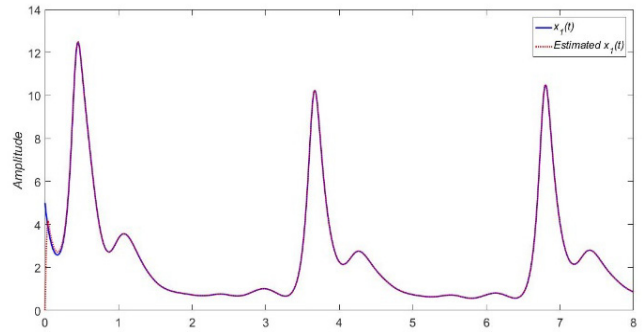
نتایج شبیه‌سازی در شکل‌ها آمده است. شکل ۲ نحوه تخمین حالت‌های سامانه را نشان می‌دهد. همچنین شکل ۳ خطای تخمین را نمایش می‌دهد که به سرعت به صفر همگرا شده است. شکل ۴ نیز بهره‌های تطبیقی تخمین زده شده $\hat{\alpha}(t)$ و $\hat{\beta}(t)$ را نشان می‌دهد. همان طور که از نتایج شبیه‌سازی مشخص است، خطای تخمین به سرعت به صفر همگرا می‌شود که نشان‌دهنده پایداری دینامیک خطای تخمین است.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت رویتگرها در مهندسی کنترل و کاربردهای مختلف آنها از جمله تشخیص خطا و هم‌زمان‌سازی سامانه‌ها و عدم وجود پژوهش‌های کافی در زمینه رویتگرهای غیر خطی مرتبه کسری، در این مقاله به طراحی رویتگر برای سامانه‌های شبه‌خطی مرتبه کسری پرداخته شد و یک رویتگر مرتبه کسری مد لغزشی غیر شکننده تطبیقی ارائه گردید و ثابت شد که با استفاده از این رویتگر، خطای تخمین به صفر همگرا می‌شود. شرایط کافی برای پایداری مجانبی رویتگر، به کمک قضیه پایداری لیاپانوف و از طریق نابرابری‌های ماتریسی خطی استخراج گردید. با توجه به نتایج شبیه‌سازی نتایج نظری ارائه شده تأیید می‌شوند.

مراجع

- [1] M. Hu, Y. Li, S. Li, C. Fu, D. Qin, and Z. Li, "Lithium-ion battery modeling and parameter identification based on fractional theory," *Energy*, vol. 165, pt. B, pp. 153-163, Dec. 2018.
- [2] X. Wang, T. Thu Giang Hoang, Z. Pan, and Y. Q. Chen, "Fractional-order modelling and control for two parallel PWM rectifiers," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 4, pp. 54-59, Feb. 2018.
- [3] T. Wei and Y. S. Li, "Identifying a diffusion coefficient in a time-fractional diffusion equation," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 151, pp. 77-95, Sept. 2018.
- [4] M. Bonforte, Y. Sire, and J. L. Vazquez, "Optimal existence and uniqueness theory for the fractional heat equation," *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, vol. 153, pp. 142-168, Apr. 2017.
- [5] J. D. Gabano, T. Poinot, and H. Kanoun, "Identification of a thermal system using continuous linear parameter-varying fractional



شکل ۲: مسیرهای حالت‌ها و حالت‌های تخمین زده شده مربوط در مثال ۲.

و همچنین

$$k = 1.9, \eta = 0.8, q = 0.85 \tag{40}$$

$$\gamma = 20.5, c_\alpha = 60.0, c_\beta = 10.0$$

شرایط اولیه را مشابه مثال ۱ در نظر می‌گیریم. آن گاه مبتنی بر نتیجه ۱ و با حل نابرابری ماتریسی خطی ارائه شده در قضیه ۱ و با توجه به نکته ۲ به دست می‌آوریم

$$L = \begin{bmatrix} 9.0508 & 13.0606 \\ 5.3507 & -5.7694 \\ 14.3073 & 4.9071 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0769 & -0.2500 & 0.8125 \\ -0.2500 & 0.5320 & 0.2588 \\ 0.8125 & 0.2588 & 1.1089 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.1798 & 0.282 & -0.800 \\ 0.282 & 0.2313 & -0.286 \\ -0.800 & -0.286 & 0.1794 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -0.0004 & 0.9998 \\ 0.4054 & -0.1037 \end{bmatrix} \tag{41}$$

$$\varepsilon_1 = 1.6918$$

$$\varepsilon_2 = 0.1541$$

$$\theta = 3.8441 \times 10^{-12}$$

- [23] E. A. Boroujeni and H. R. Momeni, "Non-fragile nonlinear fractional order observer design for a class of nonlinear fractional order systems," *Signal Processing*, vol. 92, no. 10, pp. 2365-2370, Oct. 2012.
- [24] Y. H. Lan, W. J. Li, Y. Zhou, and Y. P. Luo, "Non-fragile observer design for fractional-order one-sided Lipschitz nonlinear systems," *International J. of Automation and Computing*, vol. 10, no. 4, pp. 296-302, Aug. 2013.
- [25] E. A. Boroujeni and H. R. Momeni, "An iterative method to design optimal non-fragile H_∞ observer for Lipschitz nonlinear fractional-order systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 80, no. 4, pp. 1801-1810, Jun. 2015.
- [26] L. Liu, Z. Han, and W. Li, " H_∞ non-fragile observer-based sliding mode control for uncertain time-delay systems," *J. of the Franklin Institute*, vol. 347, no. 2, pp. 567-576, Mar. 2010.
- [27] Y. Liu, Y. Niu, and Y. Zou, "Non-fragile observer-based sliding mode control for a class of uncertain switched systems," *J. of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 2, pp. 952-963, Feb. 2014.
- [28] L. Gao, D. Wang, and Y. Wu, "Non-fragile observer-based sliding mode control for Markovian jump systems with mixed mode-dependent time delays and input nonlinearity," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 229, pp. 374-395, Feb. 2014.
- [29] Y. Kao, W. Li, and C. Wang, "Nonfragile observer-based H_∞ sliding mode control for Itô stochastic systems with Markovian switching," *International J. of Robust and Nonlinear Control*, vol. 24, no. 15, pp. 2035-2047, Oct. 2016.
- [30] F. Zhong, H. Li, and S. Zhong, "State estimation based on fractional order sliding mode observer method for a class of uncertain fractional-order nonlinear systems," *Signal Processing*, vol. 127, pp. 168-184, Oct. 2016.
- [31] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, New York, Academic Press, 1999.
- [32] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, Philadelphia: SIAM, 1994.
- [33] S. Liu, W. Jiang, X. Li, and X. F. Zhou, "Lyapunov stability analysis of fractional nonlinear systems," *Applied Mathematics Letters*, vol. 51, pp. 13-19, Jan. 2016.
- [6] F. C. Meral, T. J. Royston, and R. Magin, "Fractional calculus in viscoelasticity: an experimental study," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 4, pp. 939-945, Apr. 2010.
- [7] C. Zopf, S. E. Hoque, and M. Kaliske, "Comparison of approaches to model viscoelasticity based on fractional time derivatives," *Computational Materials Science*, vol. 98, pp. 287-296, Feb. 2015.
- [8] Y. Long, B. Xu, D. Chen, and W. Ye, "Dynamic characteristics for a hydro-turbine governing system with viscoelastic materials described by fractional calculus," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 58, pp. 128-139, Jun. 2018.
- [9] C. Ionescu, A. Lopes, D. Copot, J. A. T. Machado, and J. H. T. Bates, "The role of fractional calculus in modeling biological phenomena: a review," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 51, pp. 141-159, Oct. 2017.
- [10] Y. Li, Y. Q. Chen, and I. Podlubny, "Mittag-Leffler stability of fractional order nonlinear dynamic systems," *Automatica*, vol. 45, no. 8, pp. 1965-1969, Aug. 2009.
- [11] I. Kheirizad, A. A. Jalali, and K. Khandani, "Stabilisation of unstable FOPDT processes with a single zero by fractional-order controllers," *International J. of Systems Science*, vol. 44, no. 8, pp. 1533-1545, Aug. 2013.
- [12] Y. Farid, V. J. Majd, and A. Ehsani-Seresht, "Fractional-order active fault-tolerant force-position controller design for the legged robots using saturated actuator with unknown bias and gain degradation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 104, pp. 465-486, May 2018.
- [13] S. P. Nangrani and S. S. Bhat, "Fractional order controller for controlling power system dynamic behavior," *Asian J. of Control*, vol. 20, no. 1, pp. 403-414, Jan. 2018.
- [14] M. Netto and L. Nili, "A robust data-driven koopman kalman filter for power systems dynamic state estimation," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 7228-7237, Jun. 2018.
- [15] J. Zhao, "Dynamic state estimation with model uncertainties using H_∞ extended kalman filter," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 1099-1100, Mar. 2018.
- [16] H. Bao and J. H. Oh, "Novel state estimation framework for humanoid robot," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 98, pp. 258-275, Dec. 2017.
- [17] N. Ramdani, L. Trave-Massuyes, and C. Jaubertie, "Mode discernibility and bounded-error state estimation for nonlinear hybrid systems," *Automatica*, vol. 91, pp. 118-125, May 2018.
- [18] M. Bettayeb and S. Djennoune, "A note on the controllability and the observability of fractional dynamical systems," in *IFAC Proc. Volumes*, vol. 139, no. 11, pp. 493-498, Jan. 2006.
- [19] S. Dadras and H. R. Momeni, "Fractional sliding mode observer design for a class of uncertain fractional order nonlinear systems," in *Proc. of the 50th IEEE Conf. on Decision and Control and European Control Conf., CDC-ECC'11*, pp. 6925-6930, Orlando, FL, USA, 12-15 Dec. 2011.
- [20] Z. Belkhatir and T. M. Laleg-Kirati, "High-order sliding mode observer for fractional commensurate linear systems with unknown input," *Automatica*, vol. 82, pp. 209-217, Aug. 2017.
- [21] N. Djeghali, S. Djennoune, M. Bettayeb, M. Ghanes, and J. P. Barbot, "Observation and sliding mode observer for nonlinear fractional-order system with unknown input," *ISA Trans.*, vol. 63, pp. 1-10, Jul. 2016.
- [22] Y. H. Lan and Y. Zhou, "Non-fragile observer-based robust control for a class of fractional-order nonlinear systems," *Systems & Control Letters*, vol. 62, pp. 1143-1150, Dec. 2013.

مجید پرویزیان در سال ۱۳۹۷ در رشته مهندسی برق- کنترل و در مقطع کارشناسی ارشد از دانشگاه تربیت مدرس فارغ‌التحصیل گردید. علاقه‌مندی‌های پژوهشی ایشان کنترل مقاوم، سیستم‌های مرتبه کسری، کنترل تصادفی و سیستم‌های هوشمند است.

خسرو خاندانی مدرک دکترای خود را در سال ۱۳۹۵ در رشته مهندسی برق- کنترل از دانشگاه تربیت مدرس دریافت نمود. وی هم‌اکنون به عنوان عضو هیأت علمی دانشگاه اراک فعالیت می‌کند. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان سیستم‌های چندعاملی، کنترل مرتبه کسری و اتوماسیون صنعتی می‌باشند.

وحید جوهری مجد در سال ۱۳۷۴ دکترای تخصصی خود را از دانشگاه پیتسبرگ آمریکا دریافت نمود. وی هم‌اکنون به عنوان دانشیار دانشگاه تربیت مدرس مشغول فعالیت هستند. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان شناسایی و کنترل هوشمند، یادگیری عمیق، ربات‌های بلعیدنی، ربات‌های نرم، سامانه‌های چندکارگزاره یادگیر، کنترل مشارکتی، کنترل آرایش و کنترل عصبی فازی می‌باشند.