کاهش گشتاور ریپل در موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک با استفاده از طراحی بهینه ساختار موتور

محمدرضا علیزاده پهلوانی، یوسف شهبازی آیت و ابوالفضل واحدی

چکیده: در این مقاله محاسبه گشتاور الکترومغناطیسی لحظه‌ای در موتور مغناطیس دایم شارمحوری بدون جاروبک با استفاده از تئوری نیروی لورنتز انجام شده است. در این روش از ولتاژ ضدمحرکه و جریان فازها استفاده گردیده و یک روش جدید برای محاسبه هارمونیک‌های مختلف ولتاژ ضدمحرکه با استفاده از روش تحلیلی ارائه شده است. نتایج ناشی از روش تحلیلی ارائه‌شده با استفاده از نرم‌افزار المان محدود مورد ارزیابی قرار گرفته و تطابق خوبی میان روش تحلیلی ارائه‌شده و روش المان محدود وجود دارد. زمان محاسبات در روش تحلیلی ارائه‌شده بسیار کمتر از زمان محاسبات نرم‌افزار المان محدود می‌باشد. در نهایت با استفاده از روش تحلیلی، برخی پارامترهای هندسی موتور با هدف کاهش گشتاور ریپل بهینه‌سازی شده‌اند.

کلیدواژه: **موتور BLDC، موتور AFPM، گشتاور الکترومغناطیسی، گشتاور ریپل.**

۱- مقدمه

اخیراً سرو موتورهای مغناطیس دایم بدون جاروبک، یک رقیب جدی برای موتورهای جاروبک‌دار در کاربردهای صنعتی شده‌اند. سرو موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک با توجه به چگالی توان بالا، اینرسی چرخشی پایین و عملکرد دینامیکی خوب به طور وسیعی در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گرفته است [۱] و [۲]. وجود گشتاور ریپل در موتور باعث به وجود آمدن نویز و لرزش می‌شود. نویز و لرزش پایداری سیستم سرو را کاهش می‌دهد و استفاده از آن برای کاربردهای صنعتی با دقت بالا را دچار مشکل می‌سازد [۳]. کاهش گشتاور ریپل در سرو موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک یکی از مسایل مهم در تحقیقات مهندسی می‌باشد.

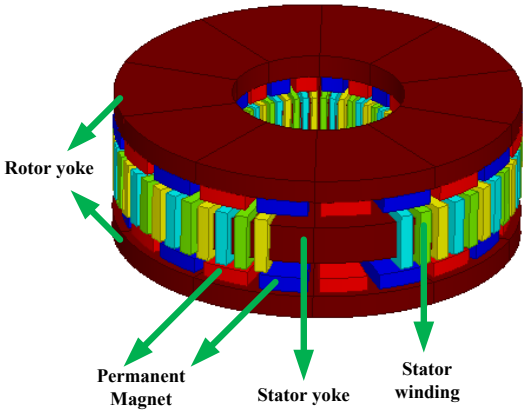
موتورهای مغناطیس دایم بدون جاروبک به دو دسته موتور سنکرون مغناطیس دایم با تغذیه جریان سینوسی یا PMSM و موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک با تغذیه جریان مستطیلی یا BLDC تقسیم می‌شوند. در حالت ایده‌آل ولتاژ ضد محرکه در PMSM سینوسی می‌باشد و در BLDC ولتاژ ضد محرکه ذوزنقه‌ای شکل است. اگر در هر دو روش شرایط ایده‌آل باشد و شکل موج‌های جریان و ولتاژ همان چیزی باشد که انتظار می‌رود، در هر دو حالت گشتاور تولیدی بدون نوسان خواهد بود که در بسیاری از کاربردها مطلوب می‌باشد. به هر حال در عمل ولتاژ

این مقاله در تاریخ ۲۷ مهر ماه ۱۳۹۴ دریافت و در تاریخ ۲۴ خرداد ماه ۱۳۹۵ بازنگری شد.

محمدرضا علیزاده پهلوانی، مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، (email: mr_alizadehp@iust.ac.ir).

یوسف شهبازی آیت، مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، (email: yusef.shahbazi@gmail.com).

ابوالفضل واحدی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، (email: avahedi@iust.ac.ir).



شکل ۱: ساختار استاتور میانی بدون شیار موتور مغناطیس دایم شارمحوری.

ضد محرکه در موتورهای مغناطیس دایم به صورت سینوسی کامل یا ذوزنقه‌ای کامل نمی‌باشد و به دلیل خطاهای مکانیکی و محدودیت‌های طراحی، تولید شکل موج ولتاژ ضد محرکه مطلوب، تقریباً غیر ممکن است [۴].

موتورهای مغناطیس دایم شارمحوری دووجهی از جمله موتورهای مغناطیس دایم بدون جاروبک می‌باشند که با توجه به ویژگی‌هایی همچون گشتاور به وزن بالا و بازده بالا، نسبت به موتورهای مغناطیس دایم معمولی دارای مزایای قابل توجهی هستند [۵] و [۶]. شکل ۱، نمونه‌ای از این موتورها را نشان می‌دهد که دارای ساختار استاتور میانی بدون شیار می‌باشد.

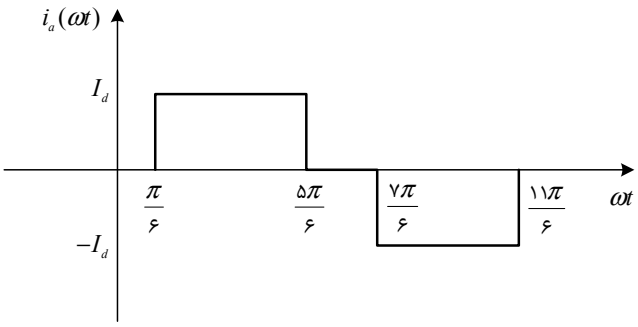
گشتاور ریپل در سرعت‌های بالا توسط اینرسی سیستم فیلتر می‌شود اما در سرعت‌های پایین گشتاور ریپل اثرات قابل توجهی تولید می‌کند که برای کاربردهای با گشتاور نرم و کم‌صدا قابل قبول نخواهد بود [۷] و [۸].

گشتاور لحظه‌ای کل در موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک دارای دو مؤلفه می‌باشد، یکی مؤلفه ثابت یا گشتاور متوسط که گشتاور مفید است و دیگری گشتاور نوسانی که موجب نوسانات گشتاور می‌شود [۹].

عوامل تولید گشتاور نوسانی را می‌توان به دو دسته عوامل ساختاری موتور و عوامل ناشی از تغذیه آن دسته‌بندی کرد. منابع تولید گشتاور نوسانی ناشی از ساختار موتور عبارت است از [۱۰]:

- گشتاور دندانه‌ای که در اثر تقابل میان پرمانس متغیر ناشی از شیارهای آرمیچر و شار مغناطیسی آهنرباهای روتور ایجاد می‌شود.
- گشتاور رلوکتانسی که در اثر عدم برابری پرمانس محور d و محور q ایجاد می‌شود.
- گشتاور الکترومغناطیسی هارمونیکی که به علت ایده‌آل نبودن توزیع چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی می‌باشد به طوری که در PMSM غیر سینوسی بوده و در BLDC ذوزنقه‌ای نمی‌باشد.

منابع تولید گشتاور نوسانی که ناشی از منبع تغذیه می‌باشد، می‌توان به ریپل موجود در جریان تغذیه و کموتاسیون جریان فاز اشاره کرد [۱۰].



شکل ۲: جریان تغذیه یکی از فازهای موتور BLDC.

به طور کلی دو روش مختلف برای کاهش ریپل گشتاور وجود دارد. روش اول طراحی بهینه ساختار موتور می‌باشد [۱۱] تا [۱۵] و روش دیگر استفاده از استراتژی کنترلی پیشرفته در اعمال جریان تغذیه موتور است [۱۶] تا [۲۲].

در صورتی که ساختار موتور بدون شیار و با آهنربای سطحی انتخاب شود، تنها مؤلفه گشتاور ریپل که مرتبط با ساختار موتور است، غیر ایده‌آل بودن ولتاژ ضدمحرکه می‌باشد. برای موتور PMSM، شکل خاصی برای آهنرباها در نظر گرفته می‌شود که منجر به تولید ولتاژ ضد محرکه القایی سینوسی می‌شود و گشتاور ریپل کاهش می‌یابد [۱۵]. در این مقاله نحوه کاهش گشتاور ریپل بر روی موتور شارمحوری BLDC با ساختار استاتور میانی بدون شیار مطابق با شکل ۱ مبتنی بر طراحی بهینه، مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در این موتور سیم‌پیچی با گام کامل بوده و از نوع پای شکل است.

در بخش ۲ گشتاور الکترومغناطیسی با استفاده از روابط تحلیلی بر اساس ولتاژ ضد محرکه و جریان تغذیه موتور ارائه شده است. در بخش ۳ ولتاژ ضد محرکه ناشی از چگالی شار مغناطیسی آهنرباها محاسبه گردیده و چگالی شار مغناطیسی آهنرباها با استفاده از معادلات ماکسول و نگاشت هندسی محاسبه شده است. در بخش ۴، رابطه گشتاور ریپل ارائه شده، اثر پارامترهای مختلف موتور بر روی آن مورد بررسی قرار گرفته و مقادیر بهینه مرتبط با ساختار موتور به دست آمده است. نهایتاً در بخش ۵ نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- محاسبه گشتاور الکترومغناطیسی با استفاده از روابط تحلیلی

با استفاده از تئوری نیروی لورنتز گشتاور الکترومغناطیسی لحظه‌ای موتور می‌تواند بر اساس ولتاژ ضد محرکه و جریان فازها به صورت زیر بیان شود [۱۰]

$$T(t)=\frac{۱}{۲\pi n}(e_a(t)i_a(t)+e_b(t)i_b(t)+e_c(t)i_c(t)) \qquad (۱)$$

که در آن $e_a(t)$، $e_b(t)$ و $e_c(t)$ ولتاژ ضد محرکه هر فاز، $i_a(t)$، $i_b(t)$ و $i_c(t)$ جریان هر فاز و n سرعت دورانی بر حسب دور بر ثانیه است.

با داشتن شکل موج ولتاژ ضد محرکه هر فاز می‌توان سری فوریه آن را نوشت که با توجه به داشتن تقارن نیم‌موج، برای فاز a به صورت رابطه زیر قابل بیان است

$$e_a(t)=E_۱\sin(\omega t)+E_۳\sin(۳\omega t)+E_۵\sin(۵\omega t)+\dots \qquad (۲)$$

که در آن $E_۱$، $E_۳$، $E_۵$ و ... ، دامنه هارمونیک‌های ولتاژ ضد محرکه فاز a بوده و ω فرکانس زاویه‌ای می‌باشد.

در موتور BLDC معمولاً اتصال سیم‌پیچ‌های استاتور به صورت ستاره می‌باشد. جریان تغذیه را نیز می‌توان به صورت مجموعه‌ای از جریان‌های سینوسی با استفاده از سری فوریه نوشت که برای فاز a با اتصال ستاره به صورت رابطه زیر می‌شود

$$i_a(t)=I_۱\sin(\omega t)+I_۵\sin(۵\omega t)+I_۷\sin(۷\omega t)+\dots \qquad (۳)$$

که در آن $I_۱$، $I_۵$، $I_۷$ و ... ، دامنه هارمونیک‌های جریان فاز a می‌باشند.

در موتور BLDC، جریان هر فاز به صورت مستطیلی و با هدایت ۱۲۰ درجه الکتریکی در هر نیم‌سیکل می‌باشد. شکل ۲ جریان فاز a موتور BLDC را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۲، سری فوریه جریان فاز a مطابق رابطه زیر می‌باشد

$$i_a(\omega t)=\frac{۴}{\pi}I_d\sum_{n=۱,۳,۵}^{\infty}\frac{۱}{n}\cos(\frac{n\pi}{۶})\sin(n\omega t) \qquad (۴)$$

با توجه به تقارن موجود در موتور، ولتاژ ضد محرکه و جریان فازهای b و c دارای اختلاف فاز ± ۱۲۰ نسبت به فاز a می‌باشند. با فرض هم‌فاز بودن جریان تغذیه و ولتاژ ضد محرکه هر فاز، گشتاور الکترومغناطیسی از (۱) قابل محاسبه بوده که با انجام محاسبات ریاضی به صورت زیر بیان می‌شود [۶]

$$T_{em}(t)=T_{avg}+\sum_{n=۱}^{\infty}T_{۶n}\cos(۶n\omega t) \qquad (۵)$$

که در آن T_{avg}، گشتاور متوسط یا گشتاور مفید موتور BLDC است و مطابق رابطه زیر می‌باشد

$$T_{avg}=\frac{۳}{۲\omega_m}(E_۱I_۱+E_۵I_۵+E_۷I_۷+\dots) \qquad (۶)$$

در (۵)، $T_{۶n}$ دامنه هارمونیک‌های گشتاور است که منجر به تولید گشتاور ریپل می‌شود. مقادیر $T_۶$، $T_{۱۲}$، $T_{۱۸}$، $T_{۲۴}$ و $T_{۳۰}$ مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند

$$T_۶=\frac{۳}{۲\omega_m}(I_۱(E_۷-E_۵)+I_۵(E_{۱۱}-E_۱)+ I_۷(E_۱+E_{۱۳})+I_{۱۱}(E_۵+E_{۱۷})+I_{۱۳}(E_۷+E_{۱۹})+\dots) \qquad (۷)$$

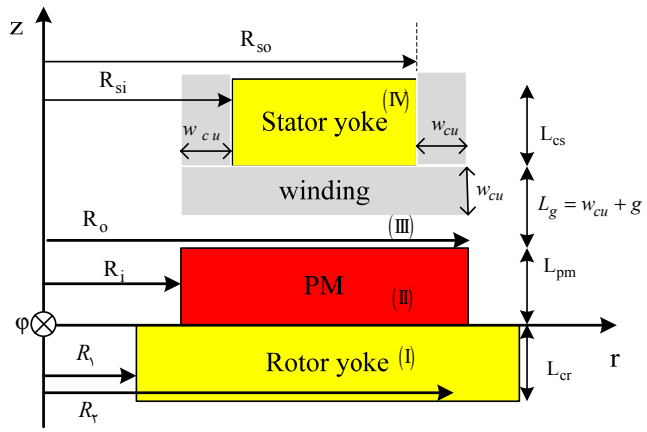
$$T_{۱۲}=\frac{۳}{۲\omega_m}(I_۱(E_{۱۳}-E_{۱۱})+I_۵(E_{۱۷}-E_۷)+ I_۷(E_{۱۹}-E_۵)+I_{۱۱}(E_{۲۳}-E_۱)+I_{۱۳}(E_۱+E_{۲۵})+\dots) \qquad (۸)$$

$$T_{۱۸}=\frac{۳}{۲\omega_m}(I_۱(E_{۱۹}-E_{۱۷})+I_۵(E_{۲۳}-E_{۱۳})+ I_۷(E_{۲۵}-E_{۱۱})+I_{۱۱}(E_{۲۹}-E_۷)+I_{۱۳}(E_{۳۱}-E_۵)+\dots) \qquad (۹)$$

$$T_{۲۴}=\frac{۳}{۲\omega_m}(I_۱(E_{۲۵}-E_{۲۳})+I_۵(E_{۲۹}-E_{۱۹})+ I_۷(E_{۳۱}-E_{۱۷})+I_{۱۱}(E_{۳۵}-E_{۱۳})+I_{۱۳}(E_{۳۷}-E_{۱۱})+\dots) \qquad (۱۰)$$

$$T_{۳۰}=\frac{۳}{۲\omega_m}(I_۱(E_{۳۱}-E_{۲۹})+I_۵(E_{۳۵}-E_{۲۵})+ I_۷(E_{۳۷}-E_{۳۳})+I_{۱۱}(E_{۴۱}-E_{۱۹})+I_{۱۳}(E_{۴۳}-E_{۱۷})+\dots) \qquad (۱۱)$$

با داشتن هارمونیک‌های مختلف جریان تغذیه و ولتاژ ضد محرکه موتور BLDC می‌توان گشتاور متوسط و هارمونیک‌های مختلف گشتاور الکترومغناطیسی را بر اساس روابط فوق محاسبه کرد. هارمونیک‌های جریان از (۴) به دست می‌آیند. هارمونیک‌های ولتاژ ضد محرکه با استفاده از روش تحلیلی ارائه‌شده در بخش بعدی، قابل محاسبه می‌باشند.



شکل ۳: نواحی مختلف موتور شارمحوری BLDC.

۳- محاسبه نیروی محرکه الکتریکی القایی با استفاده از روابط تحلیلی

با داشتن توزیع چگالی شار مغناطیسی و هارمونیک‌های مربوط به آن می‌توان هارمونیک‌های مختلف ولتاژ ضد محرکه در موتور BLDC را مطابق (۱۲) محاسبه نمود [۲۳]

$$V_{n,rms} = \sqrt{2}\pi n N_{ph}(R_o^2 - R_i^2)B_{n,eff} \qquad (۱۲)$$

که در آن N_{ph} تعداد دور سیم‌پیچی هر فاز، n سرعت زاویه‌ای بر حسب دور بر ثانیه و R_i و R_o به ترتیب شعاع‌های درونی و بیرونی آهنرباها می‌باشند. همچنین $B_{n,eff}$ دامنه متوسط چگالی شار مغناطیسی محوری ناشی از آهنرباها در ناحیه سیم‌پیچی است.

مقدار $B_{n,eff}$ متوسط دامنه هارمونیک nام چگالی شار مغناطیسی در شعاع‌های مختلف و در ارتفاع‌های مختلف ناحیه سیم‌پیچی می‌باشد که از رابطه زیر قابل محاسبه است

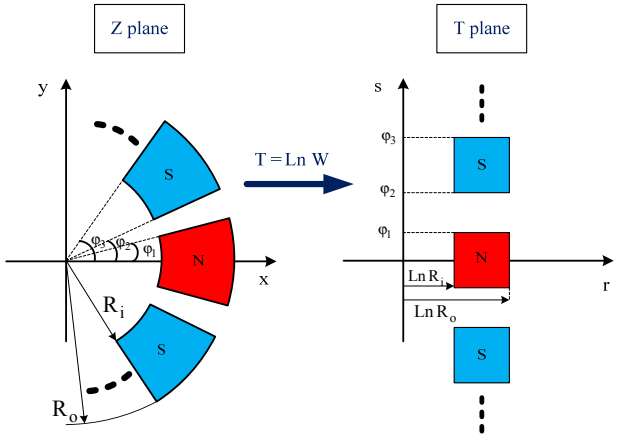
$$B_{n,eff} = \frac{1}{z_2 - z_1} \times \frac{1}{R_o - R_i} \int_{z_1}^{z_2} \int_{R_i}^{R_o} B_n \, dr dz \qquad (۱۳)$$

که در آن z_1 و z_2 محدوده سیم‌پیچی در راستای محوری می‌باشند و B_n چگالی شار مغناطیسی مربوط به هارمونیک nام ناشی از آهنرباها در مکان‌های مختلف ناحیه سیم‌پیچی بوده که از روش تحلیلی قابل محاسبه است.

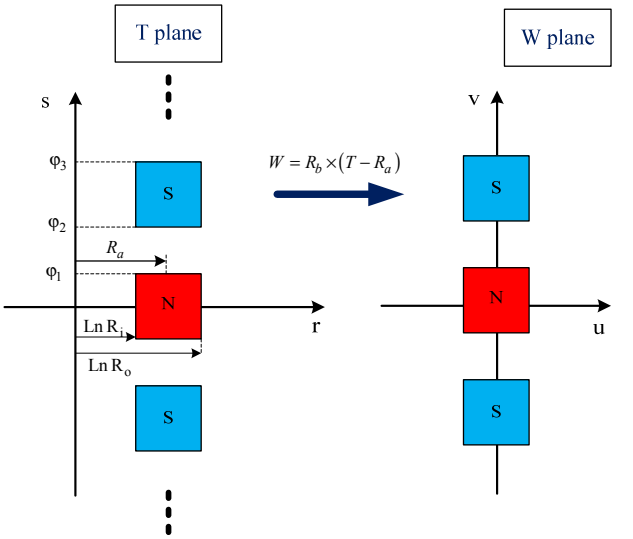
در ادامه با استفاده از نگاشت هندسی و معادلات ماکسول یک روش تحلیلی سه‌بعدی برای محاسبه چگالی شار مغناطیسی ناشی از آهنرباها در فاصله هوایی و ناحیه سیم‌پیچ‌ها ارائه شده که در این روش ابتدا پتانسیل مغناطیسی اسکالر در نواحی مختلف با استفاده از روش تحلیلی به دست آمده و سپس با استفاده از آن چگالی شار مغناطیسی محاسبه می‌گردد.

با توجه به تقارن موجود در هندسه موتور (شکل ۱)، جهت محاسبه چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی، ماشین به دو بخش مجزا تقسیم شده که نیمه پایینی ماشین در شکل ۳ ارائه گردیده است. در این شکل موتور به چهار ناحیه تقسیم شده که ناحیه (I) شامل یوغ روتور، ناحیه (II) شامل آهنرباها، ناحیه (III) فاصله میان آهنرباها تا یوغ استاتور است که شامل فاصله هوایی و سیم‌پیچی آرمیچر است و در نهایت ناحیه (IV) که شامل یوغ استاتور است.

در شکل ۳، R_1 و R_2 به ترتیب شعاع‌های درونی و بیرونی بخش‌های آهنی روتور و R_{si} و R_{so} به ترتیب شعاع‌های درونی و بیرونی بخش‌های آهنی استاتور می‌باشند که به صورت روابط زیر می‌باشند



شکل ۴: نگاشت آهنرباها در گام اول.



شکل ۵: نگاشت آهنرباها در گام دوم.

$$R_{so} = R_o - w_{cu} \qquad (۱۴)$$

$$R_{si} = R_i + w_{cu} \qquad (۱۵)$$

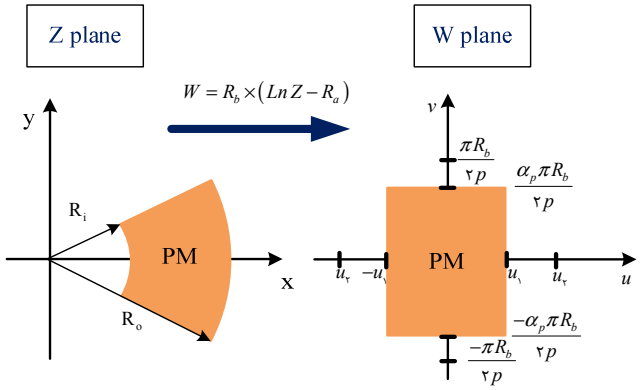
که در آنها w_{cu} پیش‌آمدگی سیم‌پیچی می‌باشد.

برای محاسبه چگالی شار مغناطیسی ابتدا با استفاده از نگاشت هندسی، آهنرباها از شکل قطبی به شکل مستطیلی در صفحه جدید تبدیل شده‌اند و سپس با استفاده از حل معادله لاپلاس و محاسبه پتانسیل مغناطیسی اسکالر، چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی محاسبه شده است.

شکل‌های ۴ و ۵، نگاشت‌های انجام‌شده روی صفحه قطبی شامل آهنرباها و تبدیل آهنرباهای شعاعی به آهنرباهای مستطیلی‌شکل با نگاشت‌های مربوط را نشان می‌دهد. در شکل ۴ با استفاده از نگاشت $T = \ln Z$، شکل آهنرباها از فرم شعاعی به فرم مستطیلی تغییر می‌کند. طول تمام آهنرباها در صفحه جدید ثابت و برابر $\ln R_o - \ln R_i$ و عرض تمام آهنرباها نیز در صفحه جدید ثابت و برابر $\alpha_p(\pi/p)$ است. در شکل ۵ با استفاده از نگاشت $W = R_b \times (T - R_a)$، آهنرباها به مرکز محور عمودی منتقل شده‌اند. همچنین واحد طول و عرض آنها بر حسب واحد طولی تبدیل شده است. R_a و R_b به صورت روابط زیر تعریف شده‌اند

$$R_a = \frac{\ln R_o - \ln R_i}{2} \qquad (۱۶)$$

$$R_b = \frac{R_o - R_i}{\ln R_o - \ln R_i} \qquad (۱۷)$$



شکل ۶: نگاشت انجام‌شده بر روی آهنربا.

شکل ۶ یکی از آهنرباها را قبل و بعد از انجام نگاشت نشان می‌دهد.

در راستای محور v بردار مغناطیس‌کنندگی با دوره تناوب $2\pi R_b/p$ متناوب می‌باشد و در راستای محور u به طور تصنعی می‌تواند با دوره تناوب $4u_2$، متناوب در نظر گرفته شود. مقادیر u_1 و u_2 به صورت روابط زیر می‌باشند

$$u_1 = \frac{R_o - R_i}{2} \quad (18)$$

$$u_2 = \frac{R_o - R_i}{2} \times \frac{\ln R_2 - \ln R_1}{\ln R_o - \ln R_i} \quad (19)$$

آهنرباهای استفاده‌شده در ساختار بدون شیار موتور شارمحوری BLDC باید دارای چگالی انرژی بالایی باشند تا چگالی شار مغناطیسی مطلوب را فراهم سازند. برای این منظور می‌توان از آهنرباهای NdFeB استفاده کرد که دارای چگالی انرژی بالایی هستند. در این نوع از آهنرباها، مشخصه مغناطیس‌زدایی در ناحیه دوم خطی است و می‌توان رابطه زیر را برای چگالی شار مغناطیسی بر حسب بردار مغناطیس‌کنندگی و شدت میدان مغناطیسی بیان کرد [۲۴]

$$\vec{B} = \vec{B_r} + \mu \vec{H} = \mu_0 \vec{M} + \mu \vec{H} \quad (20)$$

$$\vec{M} = M_z(u,v)\hat{a}_z \quad (21)$$

که در آنها B_r چگالی شار باقیمانده آهنرباها، H شدت میدان مغناطیسی، μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی آهنرباها، μ_0 ضریب نفوذپذیری مغناطیسی در خلأ و M بردار مغناطیس‌کنندگی است که در آهنرباهای مورد استفاده در ماشین‌های شارمحوری تنها دارای مؤلفه‌ای در راستای محوری می‌باشد.

مؤلفه‌های مختلف میدان مغناطیسی با استفاده از روابط زیر با پتانسیل مغناطیسی اسکالر در ارتباط است [۲۳]

$$H_u = \frac{\partial V_m(u,v,z)}{\partial u} \quad (22)$$

$$H_v = \frac{\partial V_m(u,v,z)}{\partial v} \quad (23)$$

$$H_z = \frac{\partial V_m(u,v,z)}{\partial z} \quad (24)$$

که در آنها، V_m پتانسیل مغناطیسی اسکالر می‌باشد.

بردار مغناطیس‌کنندگی با استفاده از سری فوریه دوگانه می‌تواند بسط داده شود که به صورت (۲۲) خواهد شد

$$M_z(u,v) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} M_{nm}\cos(\omega_n u)\cos(\omega_m v) \quad (25)$$

که در آن ضرایب M_{mn}، ω_n و ω_m به صورت زیر می‌باشند

$$M_{nm} = \frac{1}{n}\frac{1}{m}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{B_r}{\mu_0}\sin(\omega_n u_1)\sin\left(\omega_m \frac{\alpha_p \pi}{2p}\right)$$

$$\omega_m = \frac{mp}{R_b} \quad (26)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{2u_2}$$

به علت عدم وجود جریان در حالت بی‌باری، پتانسیل مغناطیسی اسکالر در معادله لاپلاس صدق می‌کند [۲۳]. با توجه به نگاشت‌های انجام‌شده، معادله لاپلاس در مختصات کارتزینی باید حل شود. معادله لاپلاس در مختصات کارتزین با مؤلفه‌های u، v و z به صورت رابطه زیر می‌باشد

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial^2 u} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial^2 v} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial^2 z} = 0 \quad (27)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها، جواب کلی معادله لاپلاس در ناحیه (II) و (III) به صورت روابط زیر می‌باشد

$$V_{m2}(u,v,z) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty}\sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_1 \sinh(kz)\cos(\omega_n u)\cos(\omega_m v) \quad (28)$$

$$V_{m3}(u,v,z) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty}\sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_2 \sinh(k(z-L_g))\cos(\omega_n u)\cos(\omega_m v) \quad (29)$$

که L_g فاصله از سطح آهنربا تا سطح یوغ استاتور است. ضرایب ω_n و ω_m به صورت (۲۶) می‌باشند و ضریب k مطابق رابطه زیر است

$$k = \sqrt{\omega_n^2 + \omega_m^2} \quad (30)$$

برای به دست آوردن ضرایب A_1 و A_2 در معادله پتانسیل باید از شرایط مرزی استفاده کرد.

با توجه به عدم وجود جریان در مرز میان نواحی (II) و (III)، مؤلفه‌های مماسی شدت میدان الکتریکی با هم برابرند که منجر به روابط زیر می‌شود

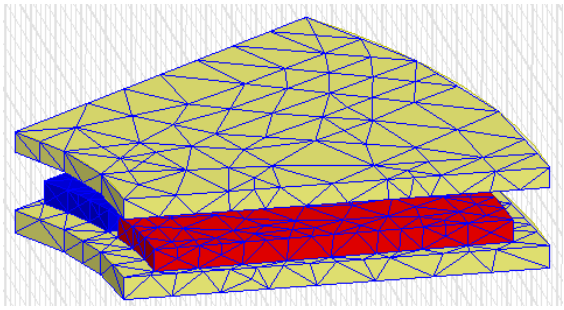
$$\left.\frac{\partial V_{m2}}{\partial u}\right|_{z=L_{pm}} = \left.\frac{\partial V_{m3}}{\partial u}\right|_{z=L_{pm}} \quad (31)$$

$$\left.\frac{\partial V_{m2}}{\partial v}\right|_{z=L_{pm}} = \left.\frac{\partial V_{m3}}{\partial v}\right|_{z=L_{pm}} \quad (32)$$

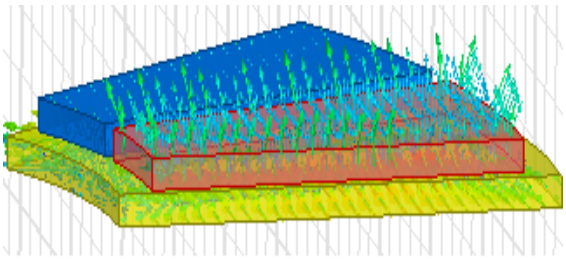
مؤلفه‌های عمودی چگالی شار مغناطیسی نیز با هم برابرند که شرط مرزی زیر را موجب می‌شود

$$-\mu_0\mu_r \left.\frac{\partial V_{m2}}{\partial z} + M_z\right|_{z=L_{pm}} = -\mu_0 \left.\frac{\partial V_{m3}}{\partial z}\right|_{z=L_{pm}} \quad (33)$$

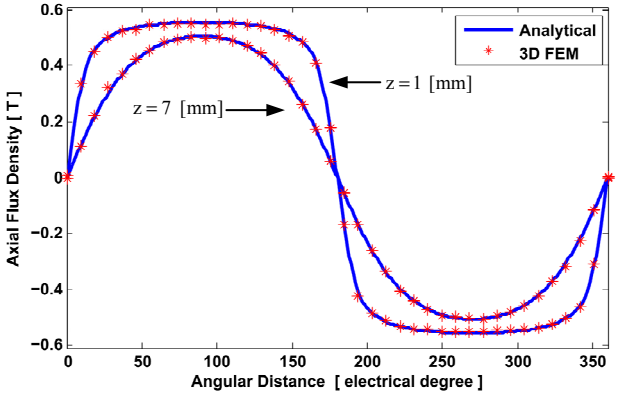
با مشخص‌شدن ضرایب A_1 و A_2 پتانسیل مغناطیسی اسکالر در ناحیه (II) و (III) به دست می‌آید و در نهایت با داشتن پتانسیل مغناطیسی اسکالر، مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد



شکل ۷: مش‌بندی یک جفت قطب از ماشین در نرم‌افزار المان محدود.



شکل ۸: توزیع بردار چگالی شار مغناطیسی در آهنرباها و یوغ روتور.



شکل ۹: مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی ناشی از آهنرباها بر حسب زاویه الکتریکی در یک گام قطب.

$$B_{z3} = -\mu_{\cdot} \frac{\partial V_{m3}}{\partial z} \qquad (۳۴)$$

با داشتن B_{z3} و متوسط‌گیری از آن در ناحیه سیم‌پیچی، می‌توان با استفاده از (۱۲) ولتاژ ضد محرکه و هارمونیک‌های آن را در سیم‌پیچی‌های استاتور محاسبه نمود.

برای تأیید روش تحلیلی ارائه‌شده از نرم‌افزار المان محدود استفاده شده و مشخصات موتور BLDC در جدول ۱ آمده است.

شکل ۷ مش‌بندی یک جفت قطب از ماشین مورد نظر را در نرم‌افزار المان محدود Ansoft Maxwell و شکل ۸ بردار چگالی شار مغناطیسی را در سطح آهنرباها نشان می‌دهد.

شکل ۹ مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی را بر حسب زاویه الکتریکی در یک گام قطب نشان می‌دهد. مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی برای فواصل مختلف از سطح آهنرباها در شعاع متوسط رسم گردیده و میزان فاصله از سطح آهنربا با متغیر z مشخص شده است. چگالی شار مغناطیسی محوری در نزدیکی آهنرباها حالت ذوزنقه‌ای داشته و با فاصله‌گرفتن از سطح آهنرباها در نزدیکی سطح هسته استاتور به شکل سینوسی نزدیک می‌شود.

جدول ۲ مقدار مؤثر ولتاژ ضد محرکه به دست آمده از روش تحلیلی ارائه‌شده در این مقاله و مقدار به دست آمده با استفاده از نرم‌افزار المان محدود سه‌بعدی را نشان می‌دهد. جدول ۳ هارمونیک‌های مختلف متوسط چگالی شار مغناطیسی در ناحیه سیم‌پیچی و هارمونیک‌های متناظر ولتاژ ضد محرکه که از (۱۲) قابل محاسبه می‌باشند را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مشخصات موتور شارمحوری BLDC.

تعداد جفت قطب‌ها	p	۱۰
چگالی شار باقیمانده آهنرباها	B_r	۱٫۲۳ [T]
ضریب نفوذپذیری نسبی آهنرباها	$\mu_{\cdot}$	$۴\pi\times۱۰^{-۷}$
ضریب نفوذپذیری نسبی آهنرباها	μ_r	۱٫۰۵
ضخامت آهنربا	L_{pm}	۶٫۵ [mm]
شعاع خارجی آهنرباها	R_o	۱۲۵ [mm]
شعاع داخلی آهنرباها	R_i	۶۱ [mm]
شعاع متوسط آهنرباها	R_g	۹۳ [mm]
شعاع خارجی آهن روتور	$R_۲$	۱۳۱ [mm]
قطر داخلی آهن روتور	$R_۱$	۵۵ [mm]
شعاع خارجی آهن استاتور	R_{so}	۱۱۹ [mm]
قطر داخلی آهن استاتور	R_{si}	۶۷ [mm]
ضخامت یوغ روتور	L_{cr}	۶ [mm]
ضخامت یوغ استاتور	L_{cs}	۱۳ [mm]
پیش‌آمدگی سیم‌پیچ‌ها	w_{cu}	۶ [mm]

جدول ۲: ولتاژ ضد محرکه ناشی از روش تحلیلی و المان محدود.

	روش المان محدود	روش تحلیلی
مقدار مؤثر ولتاژ ضد محرکه	۳۴٫۹ [V]	۳۴٫۶ [V]

جدول ۳: هارمونیک‌های مختلف چگالی شار مغناطیسی و ولتاژ ضد محرکه.

مرتبه هارمونیکی	$V_{n,rms}$ [V]	$B_{eff,n}$ [T]
۱	۳۴٫۱۸۱۸	۰٫۵۴۰۰
۳	۵٫۳۰۶۸	۰٫۰۸۳۸
۵	۱٫۶۰۹۷	۰٫۰۲۵۴
۷	۰٫۶۲۸۰	۰٫۰۰۹۹
۹	۰٫۲۷۰۴	۰٫۰۰۴۳
۱۱	۰٫۱۱۷۷	۰٫۰۰۱۹
۱۳	۰٫۰۴۷۳	۰٫۰۰۰۷
۱۵	۰٫۰۱۳۸	۰٫۰۰۰۲
۱۷	۰٫۰۰۱۸	۰٫۰۰۰۰۴
۱۹	۰٫۰۰۸۴	۰٫۰۰۰۱

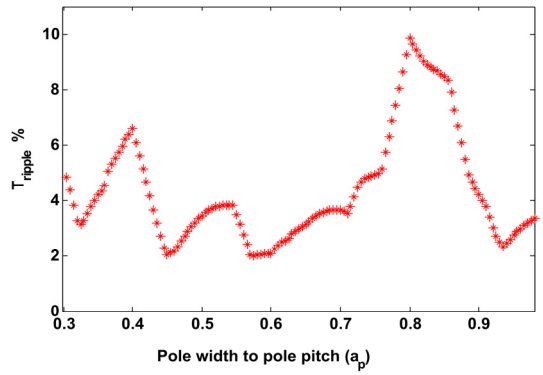
٤- محاسبه گشتاور ریپل

در این بخش به بررسی گشتاور ریپل در موتور BLDC با مشخصات مطابق جدول ۱ پرداخته شده است. برای گشتاور ریپل روابط مختلفی ارائه گردیده [۱۰] و در این مقاله از رابطه زیر برای محاسبه گشتاور ریپل استفاده شده است

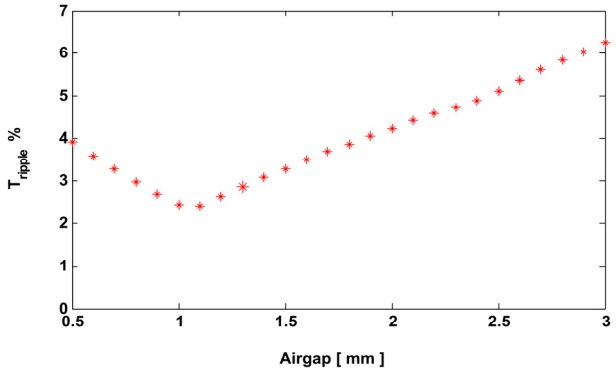
$$T_{ripple} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{avg}} \qquad (۳۵)$$

که در آن $T_{\max}$ و $T_{\min}$ به ترتیب حداکثر و حداقل مقدار لحظه‌ای گشتاور می‌باشند و همچنین T_{avg} متوسط گشتاور لحظه‌ای است که مطابق (۶) است.

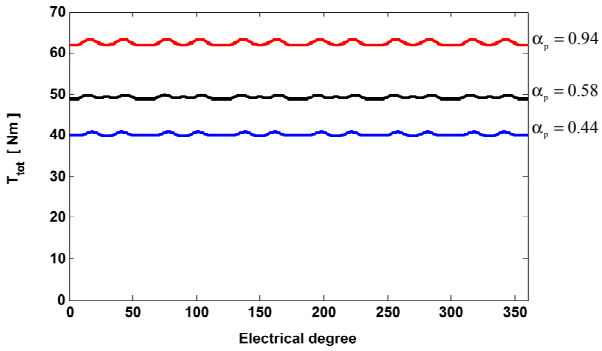
شکل ۱۰ منحنی گشتاور ریپل را بر حسب پارامتر قوس قطب به گام قطب در موتور BLDC با مشخصات مطابق با جدول ۱ نشان می‌دهد.



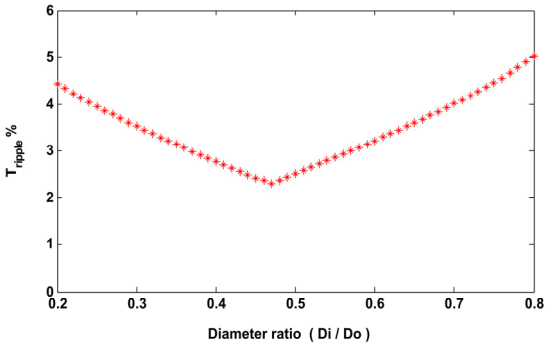
شکل ۱۰: تغییرات ریپل گشتاور بر حسب نسبت قوس قطب به گام قطب در موتور.



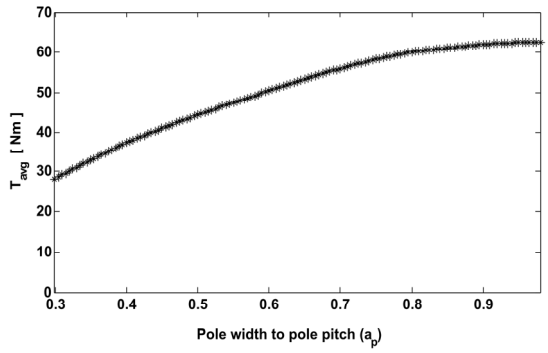
شکل ۱۳: گشتاور ریپل بر حسب طول فاصله هوایی.



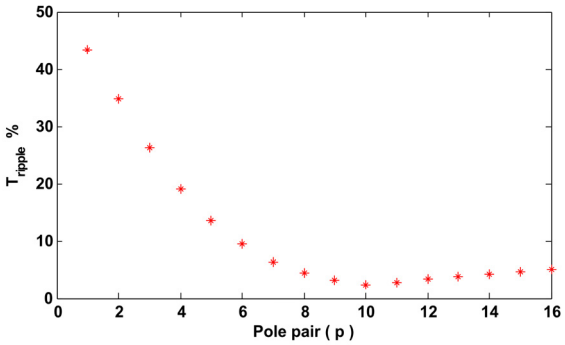
شکل ۱۱: گشتاور الکترومغناطیسی کل موتور برای در سه مقدار متفاوت α_p.



شکل ۱۴: گشتاور ریپل بر حسب نسبت قطر داخلی به قطر خارجی.



شکل ۱۲: گشتاور متوسط برای α_p مختلف موتور.



شکل ۱۵: گشتاور ریپل بر حسب تعداد جفت قطب‌ها.

با توجه به شکل ۱۰، گشتاور ریپل در برخی مقادیر α_p دارای مقدار حداقلی است. مقدار حداقل ریپل گشتاور در $\alpha_p = ۰/۴۴$، $\alpha_p = ۰/۵۸$ و $\alpha_p = ۰/۹۴$ رخ خواهد داد.

شکل ۱۱ گشتاور الکترومغناطیسی کل بر حسب زمان را برای سه مقدار α_p که در آنها گشتاور ریپل حداقل است نشان می‌دهد. همان طور که از شکل ۱۱ مشخص است، مقدار گشتاور لحظه‌ای در موتور BLDC برای $\alpha_p = ۰/۹۴$ دارای بیشترین مقدار است.

شکل ۱۲ نمودار گشتاور متوسط را بر حسب α_p نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود مقدار گشتاور متوسط با افزایش α_p، افزایش می‌یابد.

شکل ۱۳ تغییرات گشتاور ریپل را بر حسب فاصله هوایی نشان می‌دهد و مشاهده می‌شود که مقدار حداقل گشتاور ریپل در فاصله هوایی حدود ۱ [mm] رخ می‌دهد.

شکل ۱۴ نمودار گشتاور ریپل و گشتاور متوسط را بر حسب نسبت قطر داخلی به قطر خارجی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۴ گشتاور ریپل در حوالی نسبت قطرها برابر با ۰/۴۸ دارای مقدار حداقل است.

شکل ۱۵ نمودار گشتاور ریپل را بر حسب تعداد جفت قطب نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۵ گشتاور ریپل با افزایش تعداد جفت قطب کاهش می‌یابد و در $p = ۱۰$ به مقدار حداقل می‌رسد، سپس با افزایش تعداد جفت قطب، گشتاور ریپل نیز کمی افزایش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله گشتاور الکترومغناطیسی موتور شارمحوری BLDC با استفاده از سری فوریه جریان و ولتاژ ضد محرکه فازها به دست آمد. در عمل ولتاژ ضد محرکه موتور BLDC ذوزنقه‌ای کامل نمی‌باشد و به صورت شبه‌ذوزنقه‌ای است که هارمونیک‌های مختلف آن با استفاده از روابط تحلیلی و به کمک چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی به دست آمد. وابستگی گشتاور ریپل به پارامترهای مربوط به طراحی موتور مورد بررسی قرار گرفت. پارامترهایی که گشتاور ریپل نسبت به آنها مورد ارزیابی قرار گرفت، نسبت قوس قطب به گام قطب، طول فاصله هوایی، نسبت قطر داخلی به قطر خارجی و تعداد جفت قطب‌ها بود که با توجه به نتایج به دست آمده، مقدار بهینه این پارامترها برای دستیابی به حداقل گشتاور ریپل مشخص شدند.

مراجع

[1] P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, part ii: the brushless DC motor drive," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 25, no. 2, pp. 274-279, Mar./Apr. 1989.

[2] A. Rubaai, A. Ofoli, and M. Castro, "dSPACE DSP-based rapid prototyping of fuzzy PID controls for high performance brushless servo drives," in *the 41st IAS Annual Meeting of the IEEE Ind. Appl. Conf., IEEE Press*, vol. 3, pp. 1360-1364, Oct. 2006.

[3] G. Mikerov Alexander, "Brushless DC torque motors quality level indexes for servo drive applications," in *Proc. IEEE EUROCON 09*, pp. 827-834, St.-Petersburg, Russia, 18-23 May 2009.

[4] D. C. Hanselman, "Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of brushless permanent magnet motors," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 41, no. 3, pp. 292-300, Jun. 1994.

[5] M. Aydin, S. Huang, and T. A. Lipo, "Axial flux permanent magnet disc machines: a review," in *Proc. of Int. Symp. on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM'04*, pp. 61-71, Jun. 2004.

[6] M. Aydin, S. Huang, and T. A. Lipo, "Torque quality and comparison of internal and external rotor axial flux surface-magnet disc machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, no. 3, pp. 822-830, Jun. 2006.

[7] C. C. Jensen, F. Profumo, and T. A. Lipo, "A low loss permanent magnet brushless DC motor utilizing tape wound amorphous iron," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, no. 3, pp. 646-651, May/Jun. 1992.

[8] T. M. Jahns and W. L. Soong, "Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives-a review," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 43, no. 2, pp. 321-329, Apr. 1996.

[9] T. M. Jahns, "Torque production in permanent-magnet synchronous motor drives with rectangular current excitation," *IEEE Trans. on Ind. Appl.* vol. 20, no. 4, pp. 803-813, Jul./Aug. 1984.

[10] J. F. Gieras, Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications, 3rd Ed., Taylor and Francis Group, 2010.

[11] P. Upadhyay and K. R. Rajagopal, "Torque ripple minimization of interior permanent magnet brushless DC motor using rotor pole shaping," in *Proc. IEEE Power Electronics, Drives and Energy Systems, PEDES'06, IEEE Press*, 3 pp., 12-15 Dec. 2006.

[12] L. Parsa and H. Lei, "Interior permanent magnet motors with reduced torque pulsation," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 2, pp. 602-609, Feb. 2008.

[13] D. H. Wang, X. H. Wang, and T. T. Ding, "Optimization for the asymmetric angles of magnetic pole to reduce cogging torque in inner-buried PM brushless DC motors," *Proceedings of the CSEE*, vol. 28, no. 9, pp. 66-70, Mar. 2006.

[14] M. S. Islam, S. Mir, and T. Sebastian, "Design considerations of sinusoidally excited permanent magnet machines for low-torque-ripple applications," *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 41, no. 4, pp. 955-962, Jul./Aug. 2005.

[15] M. Shokri, N. Rostami, V. Behjat, J. Pyrhonen, and M. Rostami, "Comparison of performance characteristics of axial-flux permanent magnet synchronous machine with different magnet shapes," *IEEE Trans. on Magnet.*, vol. 51, no. 12, Article No. 8115206, Dec. 2015.

[16] F. Song, B. Zhou, and X. Q. Wu, "Novel compensation method to suppress commutation torque ripple for brushless DC motor," *Trans. of China Electrotechnical Society*, vol. 23, no. 11, pp. 28-33, Nov. 2008.

[17] Y. Liu, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Commutation-torque-ripple minimization in direct-torque-controlled PM brushless DC drives," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 43, no. 4, pp. 1012-1021, Jul./Aug. 2007.

[18] S. S. Bharatkar, R. Yanamshetti, and D. Chatterjee, "Commutation torque ripple analysis and reduction through hybrid switching for BLDC motor drives," in *Proc. IEEE Region 10 and the 3rd Int. Conf. on Industrial and Information Systems, ICIIS'08,* 5 pp., Dec. 2008.

[19] P. Lin, K. Wei, and Z. C. Zhang, "A novel control scheme to suppress the commutation torque ripple in BLDCM," in *Proc. of the CSEE*, vol. 26, no. 3, pp. 153-158, Feb. 2006.

[20] K. Y. Nam, W. T. Lee, and C. M. Lee, "Reducing torque ripple of brushless DC motor by varying input voltage," *IEEE Trans. Magnet.*, vol. 42, no. 4, pp. 1307-1310, Apr. 2006.

[21] H. F. Lu, L. Zhang, and W. L. Qu, "A new torque control method for torque ripple minimization of BLDC motors with un-ideal back EMF," *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 23, no. 2, pp. 950-958, Mar. 2008.

[22] P. R. Sultana and P. L. Pathi, "Minimization of torque ripples in BLDC motor using PWM technique," *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, vol. 3, no. 9, pp. 12043-12050, Sep. 2014.

[23] T. Chan, L. Lai, and S. Xie, "Field computation for an axial flux permanent-magnet synchronous generator," *IEEE Trans. on Energy Conversion,* vol. 24, no. 1, pp. 1-11, Mar. 2009.

[24] Y. Huang, B. Ge, J. Dong, H. Lin, J. Zhu, and Y. Guo, "3-D analytical modeling of no-load magnetic field of ironless axial flux permanent magnet machine," *IEEE Trans. on Magnet.*, vol. 48, no. 11, pp. 2929-2932, Nov. 2012.

محمدرضا علیزاده پهلوانی در سال ۱۳۷۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه شهید چمران اهواز و در سال ۱۳۸۰ مدرک کارشناسی راشد مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران دریافت نمود. از سال ۱۳۷۷ الی ۱۳۸۸ نامبرده به عنوان محقق سیستم‌های قدرت در مرکز تحقیقات کنترل دانشگاه صنعتی مالک اشتر به کار مشغول بود و در سال ۱۳۸۲ به دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه علم و صنعت وارد گردید و در سال ۱۳۸۸ موفق به اخذ درجه دکتری در مهندسی برق از دانشگاه مذکور گردید. دکتر علیزاده از سال ۱۳۸۸ در مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران مشغول به فعالیت گردید و اینک نیز عضو هیأت علمی این دانشگاه با مرتبه دانشیاری می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نام‌برده متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند ماشین‌های الکتریکی و الکترونیک قدرت، سیستم پالسی، شبکه‌های الکتریکی و کنترل می‌باشد.

یوسف شهبازی آیت در سال ۱۳۸۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی و در سال ۱۳۹۰ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه تهران دریافت نمود. نامبرده در سال ۱۳۹۰ در دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران پذیرفته شد و اینک نیز دانشجوی دکترای مهندسی برق در دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران می‌باشد. زمینه-های علمی مورد علاقه نام‌برده شامل طراحی و بهینه‌سازی ماشین‌های الکتریکی، روش‌های تحلیلی و عددی در ماشین‌های الکتریکی می‌باشد.

ابوالفضل واحدی در سال ۱۳۶۷ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه فردوسی مشهد دریافت نمود و مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری مهندسی برق به‌ترتیب در سال‌های ۱۳۷۰ و ۱۳۷۴ از دانشگاه پلی تکنیک لورن فرانسه به پایان رسانده است و هم اکنون استاد دانشکده مهندسی برق دانشگاه علم و صنعت می‌باشد. نام‌برده پروژه‌های متعددی در زمینه ماشین‌های الکتریکی متداول و مخصوص و درایو آن‌ها راهنمایی کرده است. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده شامل طراحی، پیاده‌سازی و بهینه‌سازی ماشین‌های الکتریکی از جمله موتورهای وسایل نقلیه و درایو می‌باشد.